



گردهمایی‌های برگزار شده

گزارش «چهل‌وششمین مسابقه ریاضی دانشجویی انجمن ریاضی ایران»

بیژن احمدی کاکاوندی* (رئیس کمیته علمی)



برگزیدگان چهل‌وششمین مسابقه به‌همراه رئیس دانشگاه، رئیس انجمن و تعدادی از اعضای کمیته‌های علمی و اجرایی مسابقه

در مسابقه امسال هشت نفر از شرکت‌کنندگان موفق به کسب مدال طلا، دوازده نفر موفق به کسب مدال نقره و بیست‌وشش نفر نیز موفق به کسب مدال برنز شدند. به‌علاوه، به دوازده نفر نیز دیپلم افتخار تعلق گرفت. ضمن تبریک به همه این عزیزان امیدواریم در ادامه مسیر زندگی و تحصیل و پژوهش موفق باشند و بتوانند به پیشرفت و توسعه کشور عزیزمان کمک کنند. لازم به ذکر است که انتشارات اشپرینگر با اهدای ۱۰۰ یورو بن خرید کتاب به ده نفر نخست، مسابقه ریاضی دانشجویی انجمن ریاضی ایران را مورد حمایت قرار داده است.

مطابق آئین‌نامه مسابقات، در صبح روزهای آزمون و در جمع سرپرستان محترم تیم‌ها، کمیته علمی دو برابر سؤالات آزمون، یعنی در مجموع ۲۴ سؤال را در چهار شاخه آنالیز، جبر و ابتکاری و در چهار سطح دشواری، مطرح می‌کند. با انتخاب سرپرستان محترم نیمی از این سؤالات برای آزمون انتخاب و نیم دیگر بایگانی می‌شوند. امسال نیز ۱۲ سؤالی که برای مسابقه ریاضی انتخاب نشده‌اند در قالب

چهل‌وششمین مسابقه ریاضی دانشجویی انجمن ریاضی ایران حضور بیش از ۱۲۰ دانشجو در قالب ۲۷ تیم در روزهای ۱۱ تا ۱۴ اردیبهشت ماه ۱۴۰۳ در دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر دانشگاه تبریز برگزار شد. شاید مهم‌ترین تفاوت مسابقه امسال با مسابقات گذشته تغییر ماده ۵ آیین‌نامه مسابقات بود. تا پیش از این اگر دانشجویی دو بار موفق به کسب مدال در مسابقه می‌شد دیگر امکان شرکت نداشت. اما به پیشنهاد کمیته علمی و با تصویب شورای اجرایی انجمن، از مسابقه چهل‌وششم به بعد، به این سقف یک مدال اضافه شد. به عبارت دیگر، حالا دیگر کسب سه مدال در ادوار گذشته مانع از شرکت در مسابقه می‌شود. در طی سال‌های اخیر درخواست‌های متعددی برای تغییر سقف دو مدال به انجمن ارائه شده بود. نهایتاً با مشورت با بسیاری از سرپرستان و عزیزانی که در گذشته و حال با این مسابقه مرتبط بوده‌اند و پس از طرح در دو جلسه شورای اجرایی انجمن تغییر مذکور به تصویب رسید و در مسابقه چهل‌وششم اجرا شد.

در این دوره از مسابقه بیش از هر دوره دیگری، دست کم طی پانزده سال اخیر که بنده به نحوی افتخار همکاری در اجرای این مسابقه را داشته‌ام، حامی مالی برای مسابقه جذب شود. از اسکان اعضای محترم کمیته علمی و سرپرستان محترم در هتل‌های بسیار با کیفیت تا تهیه غذا و سایر امکانات در بالاترین سطح رفاهی نتیجه زحمات ایشان و همکاران بسیار صمیمی و بامحبت‌شان در دانشکده ریاضی بوده است. همچنین از رئیس محترم انجمن ریاضی و کارشناسان محترم، پرتلاش و صمیمی انجمن ریاضی کمال تشکر و امتنان را دارم. امیدوارم با لطف و همراهی جامعه ریاضی ایران، این مسابقه هر سال بهتر از سال‌های پیش برگزار و به اعتبار و ارزش آن افزوده شود.

مسائل دوماهانه انجمن ریاضی برای علاقه‌مندان منتشر می‌شوند. این سؤالات درست مشابه سؤالات انتخاب‌شده و در همان سطح و کیفیت مسابقه هستند.

در پایان مایلم از همکاران عزیزمان در دانشگاه تبریز به‌ویژه رئیس محترم دانشگاه و رئیس محترم دانشکده صمیمانه تشکر و قدردانی کنم. علاوه بر اعضای محترم کمیته اجرائی و رئیس پرتلاش و متواضع آن آقای دکتر نعمت‌اله شیرمحمدی باید به‌طور خاص از آقای دکتر حمید موسوی عضو محترم هیئت علمی دانشکده ریاضی که بدون داشتن هیچ مسئولیت رسمی بیشترین تلاش را برای برگزاری هرچه‌بهتر این مسابقه داشتند کمال تشکر و سپاس خود را اعلام کنم. پیگیری‌های بی‌نظیر و مؤثر آقای دکتر موسوی باعث شد



مراسم اختتامیه در دانشگاه تبریز با حضور رئیس دانشگاه و رئیس انجمن ریاضی ایران

کمیته علمی		
نقره	تهران ۰۱۲. سروش ضعیفی	
نقره	شهرید باهنر کرمان ۰۱۳. محمادمین یزدان پناه	
نقره	شهرید باهنر کرمان ۰۱۴. پرهام شادمان	
نقره	علم و صنعت ایران ۰۱۵. طاها حسین پور	
نقره	اصفهان ۰۱۵. سعید شریعتی	
نقره	اصفهان ۰۱۶. نیما مقدسی	
نقره	خوارزمی ۰۱۶. گاگیک انجرفلی	
نقره	شهرید بهشتی ۰۱۷. فاطمه مظلوم روشن	
برنز	رازی کرمانشاه ۰۱۸. پرهام پورگودرزی	
برنز	شهرید بهشتی ۰۱۹. ملیکا اسدی امیرآبادی	
برنز	شیراز ۰۱۹. زهرا رحیمی	
برنز	صنعتی امیرکبیر ۰۲۰. امیرعلی داوودی آبکنار	
برنز	خوارزمی ۰۲۰. امیرارسلان بادی پا	
برنز	شیراز ۰۲۱. عارفه احمدی	
برنز	تهران ۰۲۱. مهیار میربابائی	
برنز	تبریز ۰۲۲. علی قهرمان نژاد	
برنز	صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ۰۲۳. سهیل باطنی	
برنز	تهران ۰۲۴. نازیلا زارعی	
برنز	شیراز ۰۲۴. مسعود میرزایی	
برنز	خوارزمی ۰۲۵. امیرمهدی محسنی	
برنز	کاشان ۰۲۶. ارژنگ ارباب	
برنز	شهرید بهشتی ۰۲۶. محمدحسین محجوبی	
برنز	خوارزمی ۰۲۷. احد علیزاده آقبلاغی	
برنز	صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ۰۲۸. نیما نوروزی چناری	
برنز	فردوسی مشهد ۰۲۹. سید علیرضا ژیان اخوان	
برنز	صنعتی اصفهان ۰۳۰. نیوشا باقریان سهلوانی	
برنز	ولی عصر (عج) رفسنجان ۰۳۱. امیرحسین معین نژاد	
برنز	شیراز ۰۳۱. مریم انوری پور	
برنز	شهرید باهنر کرمان ۰۳۲. علیرضا رضامند	
برنز	صنعتی اصفهان ۰۳۳. مهران کارخیران خوزانی	
برنز	صنعتی امیرکبیر ۰۳۴. محمد ابراهیمی	
برنز	صنعتی امیرکبیر ۰۳۵. محسن دولتی	
برنز	صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ۰۳۶. هومن دلشاد ممقانی	
برنز	شهرید باهنر کرمان ۰۳۶. محمدآریا دریجانی	
رئیس کمیته علمی: دکتر بیژن احمدی کاکاوندی (دانشگاه شهید بهشتی)، بخش جبر: دکتر محمدرضا ودادی (دانشگاه صنعتی اصفهان)، دکتر حمیدرضا دربییدی (دانشگاه جیرفت)، بخش آنالیز: دکتر حسامالدین رجبزاده (پژوهشگاه دانش‌های بنیادی)، دکتر عرفان صلواتی (دانشگاه صنعتی امیرکبیر)، بخش/ابتکاری: دکتر علی طاهرخانی (دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان)، دکتر جواد ابراهیمی بروجنی (دانشگاه صنعتی شریف).		
کمیته تصحیح		
دکتر اصغر رنجبری (آنالیز، دانشگاه تبریز)، دکتر محمدحسین ستاری (آنالیز، دانشگاه شهید مدنی)، دکتر ایلدار صادقی (آنالیز، دانشگاه صنعتی سهند)، دکتر علی پرتوفرد (آنالیز، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی)، دکتر محرم ایردموسی (ابتکاری، دانشگاه شهید بهشتی)، مهتری عقابایی (ابتکاری، صنعتی شریف)، سینا رضایی زارعی (ابتکاری، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی)، دکتر مصطفی عین‌اله‌زاده (ابتکاری، دانشگاه صنعتی اصفهان)، دکتر علی اکبر یزدان پور (جبر، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان)، دکتر محمد فرخی درخشنده (جبر، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان)، دکتر محمدحسین جعفری (جبر، دانشگاه تبریز)، دکتر اصغر دانشور (جبر، دانشگاه صنعتی اصفهان).		
نتایج انفرادی		
۰۱. امیرعباس محمدی	صنعتی شریف	طلا
۰۲. امیررضا مزینانی	تهران	طلا
۰۳. سهیل حقیقی	صنعتی امیرکبیر	طلا
۰۴. آرین همتی	صنعتی شریف	طلا
۰۵. مهران طلایی خواجه روشنایی	صنعتی شریف	طلا
۰۶. امیر یاسین خراشادی زاده	فردوسی مشهد	طلا
۰۷. امیرحسین قربانی نژاد	تهران	طلا
۰۷. امیرمحمد قوی	صنعتی شریف	طلا
۰۸. متین یوسفی	صنعتی شریف	نقره
۰۹. آریان فهیمی	صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی	نقره
۰۱۰. محمد معین یوسفیان	کاشان	نقره
۰۱۱. امیرعلی اخگری	فردوسی مشهد	نقره

برندگان دیپلم افتخار

مبین امینی	خوارزمی
سید احمد المهدی عالمزاده	صنعتی امیرکبیر
حسام الدین داوطلب استادی قوچان ..	فردوسی مشهد
زینب قمری	رازی کرمانشاه
مهسا حسین میخچی	شهید بهشتی
علیرضا دارابی	صنعتی اصفهان
کمال الدین حیدری مهذب	گیلان
کیهان گلکمانی	بوعلی سینای همدان
فرید دوراندیش	شیراز
سبحان اشرفی	اصفهان
رازان تیرنا	علم و صنعت ایران
فاطمه زهرا احسانی	شهید باهنر کرمان

نتایج تیمی

۱. دانشگاه صنعتی شریف
۲. دانشگاه تهران
۳. دانشگاه فردوسی مشهد
۴. دانشگاه صنعتی امیرکبیر
۵. دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۵. دانشگاه شهید باهنر کرمان

سوالات چهل و ششمین مسابقه

۱. ثابت کنید دنباله x_1, x_2, \dots از اعداد حقیقی وجود ندارد که

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+1} + x_{n+2} + x_{n+3}) = 7$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+1} + x_{n+2} + \dots + x_{n+7}) = 3$$

۲. فرض کنید R یک حلقه باشد. اگر برای هر $x, y \in R$ داشته باشیم $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ ، ثابت کنید برای هر $x, y \in R$ داریم $(xy)^2 = x^2 y^2$.

۳. فرض کنید (Ω, \mathbb{P}) یک فضای احتمال متناهی و E_1, E_2, \dots, E_n پیشامدهایی از Ω باشند. هر عضو x در Ω این ویژگی را دارد که اگر $x \in E_i$ آنگاه x در حداکثر a_i تا از E_1, E_2, \dots, E_n قرار داشته باشد. ثابت کنید

$$\sum_{i=1}^n \frac{\mathbb{P}(E_i)}{a_i} \leq 1.$$

۴. فرض کنید G یک گروه متناهی است به طوری که به ازای هر دو زیرگروه H و K از آن، $|H \cap K|$ برابر است با بزرگترین مقسوم علیه مشترک $|H|$ و $|K|$. ثابت کنید G یک گروه دوری است.

۵. فضای متریک کامل (X, d) دارای این خاصیت است که برای هر دنباله $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ از اعداد حقیقی مثبت، می توان دنباله x_1, x_2, \dots از اعضای X یافت که $X = \bigcup_{i=1}^{\infty} B_{\epsilon_i}(x_i)$. ثابت کنید X مجموعه ای حداکثر شماراست. (برای $x \in X$ و $\epsilon > 0$ ، منظور از $B_{\epsilon}(x)$ گوی باز به شعاع ϵ به مرکز x است.)

۶. آیا ۱۰۰ عدد حقیقی دوبه دو متمایز x_1, \dots, x_{100} را در اختیار دارد. هدف بردیا این است که اندیس k را بیابد به طوری که $x_k = \min\{x_1, \dots, x_{100}\}$. برای این منظور، بردیا در هر گام دو عدد i و j را از مجموعه اعداد $\{1, \dots, 100\}$ انتخاب می کند و از آیا می پرسد که «کدام یک از اعداد x_i یا x_j کوچکتر است؟». پس از اینکه آیا به سوال بردیا پاسخ داد، بردیا سوال بعدی خود را می پرسد و بازی به همین صورت ادامه می یابد. آیا اجازه دارد که حداکثر به یک سوال بردیا پاسخ غلط دهد. کمترین تعداد سوال هایی را بیابید که بردیا با پرسیدن آن ها به هدف خود می رسد. ادعای خود را ثابت کنید.

۷. فرض کنید n عددی طبیعی باشد و $\{a_1, \dots, a_n\}$ و $\{b_1, \dots, b_n\}$ دو مجموعه n عضوی از اعداد حقیقی باشند. اگر برای هر عدد حقیقی t داشته باشیم $\sum_{i=1}^n |b_i - t| \leq \sum_{i=1}^n |a_i - t|$ ، ثابت کنید

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{i=1}^n b_i.$$

۸. فرض کنید A یک ماتریس مربعی با درایه های حقیقی باشد. اگر $A - A^2$ یک ماتریس پوچتوان باشد، ثابت کنید چند جمله ای های مشخصه A و A^2 برابرند.

۹. فرض کنید (X, d) یک فضای متریک فشرده باشد. تابع پیوسته $T: X \rightarrow X$ دارای این خاصیت است که برای هر دو نقطه متمایز $x, y \in X$ عدد طبیعی n وجود دارد که $d(T^n(x), T^n(y)) < d(x, y)$. ثابت کنید $x_* \in X$ وجود دارد که $T(x_*) = x_*$. (منظور از T^n ، n بار ترکیب T با خودش است.)

۱۰. فرض کنید $2 \leq n$ عددی طبیعی و A مجموعه همه بردارهای به طول n با مولفه های 0 ، 1 یا $*$ باشد. برای هر دو بردار $x = (x_1, \dots, x_n)$ و $y = (y_1, \dots, y_n)$ در A فاصله x و y را برابر با تعداد i های بین 1 تا n تعریف می کنیم که $\{x_i, y_i\} = \{0, 1\}$.

۱۲. فرض کنید R یک حلقه یکدار و جابجایی باشد. ایده‌آل I در R را بزرگ‌گویییم هرگاه I با هر ایده‌آل A ناصفر در R اشتراک ناصفر داشته باشد. فرض کنید هر ایده‌آل بزرگ در R شامل یک عنصر باشد که مقسوم‌علیه صفر نیست. ثابت کنید مجموع تمام ایده‌آل‌های مینیمال در R توسط یک عنصر خودتوان تولید می‌شود.

ثابت کنید بیشترین تعداد اعضای A که فاصله دوه‌دو آن‌ها حداقل ۱ و حداکثر $n-1$ است برابر است با $3 \times 2^{n-2}$.

۱۱. فرض کنید n عددی طبیعی باشد و z_1, z_2, \dots, z_n اعدادی مختلط با قدر مطلق ۱ باشند و

$$P(z) = (z - z_1)(z - z_2) \cdots (z - z_n).$$

برای هر عدد حقیقی $r < 1$ ، ثابت کنید $z_* \in \mathbb{C}$ وجود دارد که $|P(z_*)| = r^n$ و $|z_*| = r$.

* دانشگاه شهید بهشتی



آقای امیر عباس محمدی از دانشگاه صنعتی شریف



خانم فاطمه مظلوم روشن از دانشگاه شهید بهشتی

هدیه یادبود شادروان دکتر جواد بهبودیان



حمایت اسپرینگر از مسابقات ریاضی دانشجویی



دکتر محسن شاهرزایی، مدیر کل دفتر الگوسازی و تکریم نخبگان