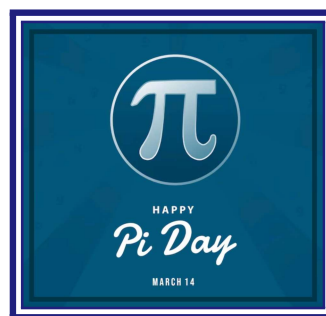
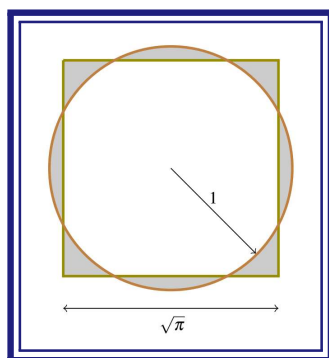


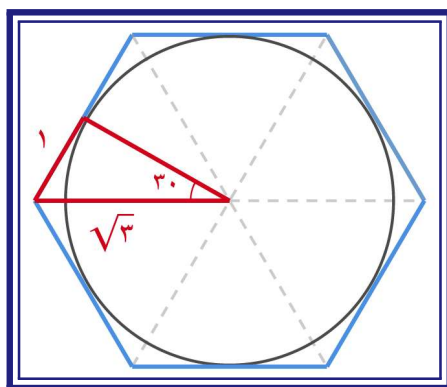
## پیرامون عدد پی

### به مناسبت ۱۴ مارس (روز عدد پی)

نرگس تولایی\*



در دوران باستان، برای تقریب عدد پی، از چندضلعی‌های منتظم به جای دایره استفاده می‌شد. در سده سوم پیش از میلاد، ارشمیدس، به کمک یک ۹۶ ضلعی منتظم تقریبی برابر  $3/1428 \approx \frac{22}{7}$  و در قرن سوم میلادی، ریاضی‌دان چینی لیو هوی<sup>۳</sup>، با استفاده از ۳۰۷۲ ضلع به تقریب  $3/14159$  برای عدد پی دست یافتند.



$$\pi = \frac{12}{3\sqrt{3}} \approx 3/46$$

در سال ۱۴۲۴ میلادی ( ۸۲۷ قمری)، غیاث الدین جمشید کاشانی در «الرسالة المحیطیة» با استفاده از یک  $805306368$  ضلعی منتظم، عدد پی را تا ۱۶ رقم اعشار محاسبه کرد که رکورد او تا ۱۸۰ سال توسط هیچ ریاضی‌دانی شکسته نشد.

عدد پی معروف‌ترین ثابت ریاضی در دنیا و برابر با نسبت محیط هر دایره به قطر آن است. به این عدد، ثابت ارشمیدس نیز گفته می‌شود و در علوم مختلف کاربرد بسیار دارد. در حقیقت، هر جا که شکل دایره پدیدار می‌شود، عدد پی آن‌جا حضور دارد و در محاسبات به کار می‌رود. در مواردی مانند مطالعه ستارگان، مردمک چشم، ماریپیج DNA و حلقه‌های متحدالمرکزی که از افتادن جسمی درون آب ایجاد می‌شوند. بسیاری از نرم‌افزارهای کاربردی، مانند آنچه در تشخیص صدا و اثر انگشت استفاده می‌شود، بر تبدیل فوریه متکی هستند که از عدد پی استفاده می‌کند.

بیش از چهارهزار سال پیش، مصریان و بابلیان باستان راز عدد پی را کشف کرده و از آن برای انجام محاسبات استفاده می‌کردند. بررسی‌های کارشناسی روی سازه‌های تخت جمشید نشان می‌دهد هخامنشیان، ۲۵۰۰ سال پیش، برای ساخت اجسام مخروطی و ستون‌ها با سطح مقطع دایره، از محاسبات با دقت بسیار بالا استفاده کرده‌اند. ساخت ستون‌ها، محاسبه ارتفاع و سطح مقطع، فشاری که باید تحمل کنند و توزیع تنش در مقاطع ستون‌ها، مستلزم دانستن یک تقریب از عدد پی تا چند رقم اعشار بوده است.

در سال ۱۷۶۰، یوهان هینریش لامبرت<sup>۱</sup> ثابت کرد که عدد پی گنگ است. همچنین، در سال ۱۸۸۲ فردیناند فون لیندمان<sup>۲</sup> ثابت کرد پی، یک عدد متعالی است. اثبات متعالی بودن عدد پی، به سال‌ها تلاش ریاضی‌دانان برای تربیع دایره پایان داد.

<sup>۱</sup>Johann Heinrich Lambert

<sup>۲</sup>Ferdinand von Lindemann

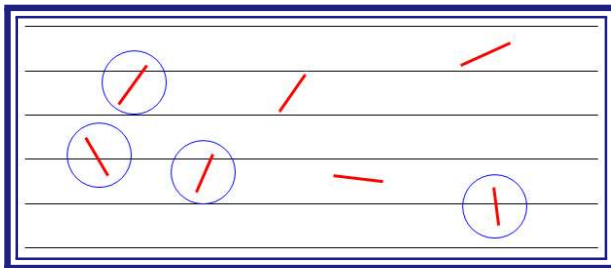
<sup>۳</sup>Liu Hui

۵ تریلیون رقم افزایش پیدا کرد. سال ۲۰۲۱ رکورد محاسبهٔ بیشترین ارقام پی، به کمک یک ابررایانه، به ۶۲/۸ تریلیون رسید. آخرین دستاورد در این حوزه، مربوط به محققان گوگل کلود است که در سال ۲۰۲۲، موفق به محاسبهٔ عدد پی تا ۱۰۰ تریلیون رقم شدند [۳]. تا یک میلیون رقم اعشار عدد پی، در وبگاه [piday.org](http://piday.org) قابل مشاهده است.

در حالی که ما تریلیون‌ها رقم از عدد پی را می‌شناسیم، لیکن به همهٔ آن‌ها نیاز نداریم. به گزارش وبگاه [piday.org](http://piday.org)، حجم کروی کل جهان را می‌توان تنها با ۳۹ رقم اعشار عدد پی با دقت بسیار خوبی تعیین کرد. ناسا تنها از ۱۵ رقم اعشار عدد پی برای مأموریت‌های خود استفاده می‌کند. گرد کردن عدد پی به ۹ رقم اعشار، برای محاسبهٔ محیط زمین، نتیجهٔ فوق‌العاده‌ای به دست می‌دهد. خطای این تقریب برای هر ۲۵۰۰۰ مایل، کمتر از ۰/۲۵ اینچ است.

عدد پی، به دلیل اهمیتی که در ریاضیات داشته و بسیار مورد توجه بوده، جایگاهی خاص در فرهنگ و سرگرمی‌های مردم جهان پیدا کرده است.

در قرن ۱۸، فیلسوف فرانسوی جورج اوئیس لکرک، کنت دو بوفون<sup>۴</sup>، مسئله‌ای طرح کرد که از پاسخ آن می‌توان به عنوان یک راه‌حل تقریبی برای به دست آوردن عدد پی استفاده کرد. اگر بر یک سطح، خطوطی موازی با فاصلهٔ یکسان بکشید و روی آن سطح، سوزنی بیندازید که طول آن برابر فاصله خطوط است، احتمال آنکه سوزن یکی از خطوط را قطع کند، برابر با  $\frac{2}{\pi}$  است. تعدادی چوب کبریت را روی صفحه‌ای رها کنید که بر آن، خطوطی موازی با فاصله‌ای برابر طول چوب‌ها رسم شده است. دو برابر نسبت تعداد کل چوب‌ها به تعداد چوب‌هایی که یکی از خطوط صفحه را قطع کرده‌اند، یک تقریب برای عدد پی خواهد بود.



$$\pi \approx 2 \times \frac{\text{تعداد کل چوب‌ها}}{\text{تعداد چوب‌هایی که خطی را قطع کرده‌اند}}$$

او در رسالهٔ خود می‌نویسد: «خواستیم محیط دایره را به فرض معلوم بودن قطر آن، بر حسب واحد معینی، چنان استخراج کنیم که بر ما یقین حاصل شود که در دایره‌ای که قطرش مشخص هزار برابر قطر زمین باشد، تفاوت بین حساب ما و آنچه حق است، به یک مو نرسد؛ مویی که ضخامتش یک ششم عرض یک دانه جو متوسط است.» اساس محاسبات وی، بر محاسبهٔ محیط چندضلعی‌های منتظم محیطی و محاطی استوار بوده است. دقت نظر و ممارست توأم با صرف وقت او در این امر، موجب اعجاب و شایان بسی تقدیر است و بدین سبب یک شاهکار خوانده می‌شود [۱].

هرچه تعداد اضلاع یک چندضلعی بیشتر شود، ارقام بیشتری از عدد پی نمایان می‌شود. از این منظر، نامتناهی بودن ارقام عدد پی، می‌تواند دلیلی بر این ادعای برخی ریاضی‌دانان باشد که عبارت «یک دایره بی‌نهایت گوشه دارد»، دقیق‌تر است از گزارهٔ «یک دایره هیچ گوشه‌ای ندارد».

استفاده از سری‌های عددی برای تقریب عدد پی، یک تحول مهم در تاریخ ریاضیات محسوب می‌شود. با استفاده از سری‌های مختلف، ریاضی‌دانان قادر به بهبود دقت تخمین بوده و روش‌های جدیدی را برای محاسبهٔ عدد پی ارائه نموده‌اند. یکی از معروف‌ترین آن‌ها، سری گرگوری-لایبنیتس<sup>۵</sup> است:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

مشکل این سری آن است که سرعت همگرایی این سری به شدت پایین است، به گونه‌ای که برای دست‌یابی به تنها ۳ رقم اعشار عدد پی، به حدود ۵۰۰۰ جمله از سری و برای رسیدن به ۱۰ رقم اعشار، به محاسبهٔ مجموع پنج میلیارد جمله از سری بالا نیاز است.

الگوریتم چادونفسکی<sup>۶</sup> از سری زیر برای تقریب عدد پی استفاده می‌کند که سرعت همگرایی قابل توجهی دارد

$$\frac{1}{\pi} = \frac{1}{12} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n (6n)! (545140134n + 13591409)}{(3n)! (n!)^3 (640320)^{3n+\frac{1}{2}}}$$

این الگوریتم بسیار کارآمد است؛ زیرا به‌طور میانگین، هر جمله از سری، ۱۴ رقم اعشار پی را به دست می‌دهد [۲]، [۴]، [۵]. به همین دلیل، اغلب در محاسبات رکوردهای جهانی از آن استفاده می‌شود.

همچنین، رایانه‌ها، با امکان انجام عملیات محاسباتی پیچیده با سرعت بالا و به‌صورت مکرر، نقش بسیار مهمی در بهبود تقریب عدد پی ایفا کرده‌اند. در نیمهٔ دوم قرن بیستم، تعداد ۵۰۰۰۰۰ رقم عدد پی به کمک رایانه محاسبه شد. در سال ۲۰۱۰ تعداد ارقام محاسبه‌شده به

<sup>4</sup>Madhava Gregory Leibniz

<sup>5</sup>Chudnovsky

<sup>6</sup>George-Louis Leclerc, Comte de Buffon

در سال ۲۰۱۷ سیاره‌ای به اندازه تقریبی زمین کشف شد که هر ۳/۱۴ روز زمینی، یک بار به دور ستاره خود می‌چرخد. این سیاره، به سیاره پی معروف است.

از سال ۱۹۸۸، هر ساله، چهاردهمین روز از سومین ماه سال میلادی، به عنوان روز عدد ثابت پی، جشن گرفته می‌شود. این جشن‌ها، اغلب شامل خوردن پای یا برگزاری مسابقات پی‌خوانی است. سرانجام، در سال ۲۰۱۹، روز پی به عنوان روز جهانی ریاضیات تعیین گردید.

شاید قابل تأمل باشد که آلبرت اینشتین روز پی به دنیا آمد و استیون هاوکینگ در ۱۴ مارس درگذشت.

#### مراجع

[۱] احمد افشار، بزرگان علم در ایران غیاث الدین جمشید کاشانی، ریاضیدان بزرگ ایران و عدد پی، مجله ایران نامگ، سال چهارم، شماره ۳، بهار ۱۳۶۵.

[2] D. V. Chudnovsky and G. V. Chudnovsky, Approximations and complex multiplication according to Ramanujan, In Pi: A Source Book, 1987.

[3] E. H. Iwao, Even more pi in the sky: Calculating 100 trillion digits of pi on Google Cloud, Retrieved from Google Cloud Blog: <https://www.theverge.com/2022/6/10/23161647/google-cloud-processing-pi-calculation-100-trillion>, 2022.

[4] W. C. Gonçalves, In search of series to calculate the number Pi and its most exact value and with the largest number of decimal places, Global Scientific Journals, Vol. 11, Issue 10, 2023.

[5] L. Milla, A detailed proof of the Chudnovsky formula with means of basic complex analysis - Ein ausführlicher Beweis der Chudnovsky-Formel mit elementarer Funktionen-theorie, [arXiv:1809.00533](https://arxiv.org/abs/1809.00533), 2018.

\* دانشگاه دامغان، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

در اوایل قرن بیستم، ایده نوشتن یک متن در قالب "Pi-lish" پایه‌گذاری شد. قالبی که در آن، طول کلمات متوالی، با ارقام عدد پی مطابقت دارد. نظیر رقمی در پی که صفر باشد از کلمه‌ای ۱۰ حرفی استفاده می‌شود.

But a time I spent wandering in gloomy night ...

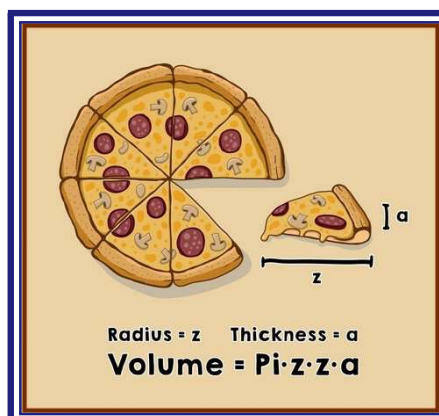
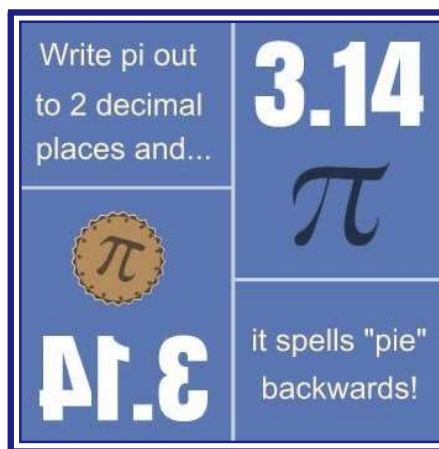
۳ ۱ ۴ ۱ ۵ ۹ ۲ ۶ ۵ ...

شعرها و رمان‌هایی به Pi-lish وجود دارد. شعر زیر مقدار پی را تا ۱۰ رقم اعشار نمایش می‌دهد:

خرد و بینش و آگاهی دانشمندان ره سرمنزلی توفیق بما آموزد

کتاب "Not a wake" رمانی ۱۰۰۰۰ کلمه‌ای است که در این قالب نوشته شده‌است.

لطفه‌های ساخته شده، مرتبط با عدد پی، نشان از علاقه افرادی خوش ذوق به این مقوله دارد.



"If you have a **pizza** with radius "z" and thickness "a", its volume is **p.i.z.z.a**."