ریاضیات در سالی که گذشت

سالِ دستاوردهای چشمگیر

ترجمه و تنظیم: حسن ملکی *

سال میلادی ۲۰۲۳، سرشار از جوش‌وخروش ریاضیات، با نتایج شاخص در شاخه‌های مختلف به‌ویژه در نظریهٔ رمزی[۱] و کشف یک کاشی‌کاری غیرتناوبی ساده اما با ارزش، به‌پایان رسید. در این سال، ریاضیات پیشرفت‌های چشمگیری در نظریهٔ گراف، ترکیبیات، نظریهٔ اعداد و هندسه را به‌خود دید. حوزه‌هایی که الگوها به روش‌های غیرمنتظره به‌وجود می‌آیند، گاه به‌دلیل ارتباط بین ساختارهای ریاضی به‌ظاهر متمایز، و گاه به‌دلیل سازوکارهای ذاتی پنهانی که توسط ریاضی‌دانان در اثبات‌های جدید کشف می‌شوند. حقایق ریاضی اغلب از تضاد بین نظم و بی‌نظمی سربلند می‌کنند و خلق می‌شوند. ریاضی‌دانان الگوها را کشف می‌کنند و برای درک بهتر نیروهای اسرارآمیز فعال، به‌دنبال نیروهای مخالفی می‌گردند که آن الگوها را برهم می‌زنند. این کشمکش به‌روشنی در دستاوردهای ریاضیات این سال وجود داشت. در این نوشتار، به مهم‌ترین و جذاب‌ترین دستاوردها و اخبار جهان ریاضیات در سال ۲۰۲۳ خواهیم پرداخت. به‌علاوه به‌فراخور موضوع، به دو مورد در رابطه با ریاضیات کشور در سال ۱۴۰۲ نیز پرداخته‌ایم. می‌توانید این دو مورد را در بخش‌های «روایت ریاضیات در ایران» و «پروژهٔ امید ریاضی در ایران» مطالعهٔ کنید. در سایر بخش‌ها، از مجلهٔ کوانتا به عنوان یکی از معتبرترین و بهترین مجله‌های علمی - ترویجی روز دنیا و برای انتخاب تصاویر، نهایت استفاده شده است.

گفت‌وگوهای جذاب ریاضیاتی

در سالی که گذشت، «مجلهٔ کوانتا» متن چندین مصاحبهٔ دیدنی و شنیدنی با ریاضی‌دانان بزرگ و معروف، دربارهٔ «ماهیت حقیقت ریاضیات» را منتشر کرد. در یک مصاحبهٔ جذاب، جوردانا سپلویز،[۲] نویسندهٔ ارشد مجلهٔ کوانتا با اندرو گرانویل[۳] دربارهٔ این صحبت کرد که چگونه محاسبات و آزمایش‌های قدیمی و خاک گرفته، می‌توانند به ریاضی‌دانان در جست‌وجوی الگوهای پنهان کمک کنند. او همچنین دربارهٔ تغییراتی سخن گفت که برای متقاعد کردن دیگر ریاضی‌دانان به‌درستی یک نتیجهٔ لازم است. او دربارهٔ این باورش حرف زد که چرا بررسی ماهیت اجتماعی ریاضیات برای فهم آنچه یک «برهان ریاضی» نام دارد، ضروری است. در مصاحبهٔ دیگری، اوجنیا چنگ[۴] با مجری پادکست «طعمِ خوشِ پرسش»،[۵] استیون استروگاتز،[۶] دربارهٔ نظریه رسته‌ها[۷] صحبت کرد، یک نوع «ریاضیاتِ ریاضی» که ممکن است دیگر ریاضی‌دانان را با سطح بالای تجریدِ خود، جان‌به‌لب کند و از پا درآورد. همچنین جاستین مور[۸] در یک گفتگو با استروگاتز دربارهٔ حدود اصول موضوعه، مفاهیم بنیادی و حقایق بدیهی نظریهٔ مجموعه‌ها و اینکه چرا در ریاضیات، همیشه سؤالات مهم و بی‌پاسخ وجود خواهند داشت، صحبت کرد. گرچه اکثر تحقیقات ریاضی به‌طور محسوس در دنیای انتزاعی قرار دارند، در گفت‌وگوی دیگری، مین هیونگ کیم[۹] با کوین هارتنت[۱۰]، دربارهٔ ریاضیات برای بشریت صحبت کرد و سازمانی که او برای حمایت از ریاضی‌دانانی که از ریاضیات برای حل چالش‌های اجتماعی استفاده می‌کنند، تأسیس کرده است. در یک گفت‌وگوی جذاب دیگر نیز، مایک ارکات[۱۱] دربارهٔ چگونگی استفاده از ریاضیات برای تعیین منصفانه بودن نقشه‌های ایالتی و ترسیم نقشه‌های منصفانه‌تر، صحبت کرد.

روایت ریاضیات در ایران

همان‌گونه که خوانندهٔ علاقه‌مند می‌تواند ببیند این مصاحبه‌ها، روایت ساده و قابل فهمِ آخرین دستاوردهای تخصصی ریاضیات از زبان خود ریاضی‌دانان است: سرگذشت هیجان‌انگیز مسئله‌های حل‌نشده و حدس‌های معروف در گذر ریاضیات از مسیر پرپیچ‌وخم مرزهای دانش. انتشار این مصاحبه‌ها به‌عنوان یک کار علمی ترویجیِ ناب،

[1] Ramsey Theory [2] Jordana Cepelewicz [3] Andrew Granville [4] Eugenia Cheng [5] The Joy of Why [6] Steven Strogatz [7] Category Theory
[8] Justin Moore [9] Minhyong Kim [10] Kevin Hartnett [11] Mike Orcutt

جدای از آشنایی دانشجویان و دیگر پژوهشگران با آخرین یافته‌هایِ لبِ مرزی علم، می‌تواند الگوی مناسبی برای انجام مصاحبه با اساتید و پژوهشگران موفق ریاضی کشور به‌حساب آید. ریاضیات ایران، چهره‌های ماندگار زیادی دارد و انجام این مصاحبه می‌تواند علاوه بر ثبت حقایق مهم تاریخ ریاضی کشور، برای نسل جدید دانش‌آموزان و دانشجویانِ گریزان از ریاضی، آگاهی‌بخش و امیددهنده باشد.

خوشبختانه در سالی که گذشت دو نمونه از این مصاحبه‌ها در جامعهٔ ریاضی کشور شکل گرفت. یکی به همت انجمن ریاضی ایران و توسط کمیتهٔ تاریخ شفاهی آن انجام می‌شود که به‌تازگی، نخستین مصاحبهٔ آن با دکتر سیاوش شهشهانی منتشر شد. جزئیاتِ بیشتر این مصاحبه‌ها در وبگاه انجمن ریاضی و خبرنامه انعکاس خواهد یافت. دومین برنامه، گفت‌گوهایی با نام «آدم‌ها و ریاضیات» است که به همت دکتر امیر اصغری، از اساتید حوزهٔ آموزش ریاضی شکل گرفته است. مصاحبه‌ها هم با چهره‌های بزرگ و شناخته‌شدهٔ ریاضیات ایران انجام شده است، هم با چهره‌های موفق و بزرگ اما کمتر شناخته‌شده. بهتر است برای معرفی این برنامه به توضیحات وبگاه آن رجوع کنیم: «آدم‌ها و ریاضیات پروژه‌ای است تاریخ شفاهی‌گونه که در ابتدا با این هدف شروع شد که زندگی ریاضی‌دانان و تاریخ دانشکده‌های ریاضی را از نگاه آن‌ها به‌تصویر بکشد. تعریف اولیهٔ پروژه این‌چنین بود: گپ‌وگفتی کنجکاوانه، صادقانه و بی‌پرده با آن‌ها که از دانشکده‌های ریاضی گذر کرده‌اند. ولی خیلی‌زود، تعریف اولیه محدودیت خود را بروز داد. برای مثال، وقتی از «فریدون شهیدی» برای شرکت در پروژه دعوت شد، او به این نکته اشاره کرد که او در دورهٔ لیسانس در دانشکدهٔ ریاضی نبوده است و در دانشکدهٔ فنی بوده است و فکر کرد به‌همین دلیل شاید برای شرکت در پروژه مناسب نباشد. برای همین تعریف پروژه به‌صورت زیر تغییر کرد: گپ‌وگفتی کنجکاوانه، صادقانه و بی‌پرده با آدم‌هایی که ریاضیات زندگی حرفه‌ای آن‌هاست. ولی دوباره خیلی زود، تعریف دوم هم محدودیت خود را بروز داد. برای مثال، وقتی از «مژده بهشته» برای شرکت در پروژه دعوت شد، او به این نکته اشاره کرد که این فیزیک است و نه ریاضی که زندگی حرفه‌ای اوست، اگرچه به ریاضی احترام می‌گذارد و از آن استفاده می‌کند. درنهایت تعریف پروژه به‌صورت زیر تغییر کرد: «گپ‌وگفتی کنجکاوانه، صادقانه و بی‌پرده با آدم‌هایی که زندگی حرفه‌ای آن‌ها به ریاضیات گره خورده است.» تاکنون ۴ فصل ۱۲ قسمتی از این پروژه انجام و اخیراً فصل پنجم آن شروع شده است. در بین همهٔ مصاحبه‌ها، مصاحبه با «دکتر سهیلا فیض‌بخش» و مصاحبه با «پروفسور امیدعلی شهنی‌کرمزاده»، را به‌شدت پیشنهاد می‌کنم.

دکتر سهیلا فیض‌بخش

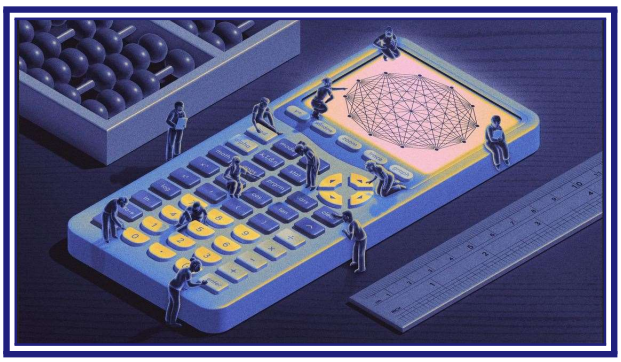
نخستین پیشنهاد به‌این‌خاطر است که امسال، سهیلا فیض‌بخش، محقق پسادکترای دانشگاه ایمپریال کالج لندن، به‌خاطر کارهای برجسته‌اش در هندسهٔ جبری، برندهٔ جایزهٔ وایتهد از سوی انجمن ریاضی لندن شد. بانوی ریاضی‌دانانی که عاشق ریاضیات است و در راه ریاضیات به‌سختی جنگیده است. این جایزهٔ معتبر، هرساله به ریاضی‌دانان جوانِ تأثیرگذار شاغل در انگلستان داده می‌شود و تاکنون به ریاضی‌دانان برجسته‌ای مانند اندرو وایلز، سایمن دانلدسن و کوچر بیرکار اهدا شده است. فیض‌بخش متولد بیرجند است و مدرك همزمان کارشناسی برق و کارشناسی ریاضی محض خود (ورودی ۱۳۸۸) را از دانشگاه فردوسی مشهد اخذ نموده است. او در نوزدهمین دورهٔ مسابقات بین‌المللی دانشجویی ریاضی در سال ۲۰۱۲ در بلغارستان، مدال برنز کسب کرده است. همچنین فیض‌بخش دو بار در تیم دانشجویان دانشگاه فردوسی مشهد در مسابقات ریاضی دانشجوئی انجمن (سی‌وسومین و سی‌وپنجمین دوره‌ها) شرکت و در هر دو مسابقه مدال نقره دریافت کرده است. پس از اخذ مدرک کارشناسی، یک دورهٔ یک‌ساله را در مرکز بین‌المللی فیزیک نظری عبدالسلام (ICTP) در تریسته ایتالیا گذرانده و از ۲۰۱۴ تا ۲۰۱۸ دانشجوی دکتری در دانشگاه ادینبرو بوده است. مصاحبه، سرگذشت سخت و جانفرسا و البته انگیزه‌بخشِ ریاضی‌خواندن و ورود به دنیای تحقیقات ریاضی، آن هم برای یک دختر شهرستانی را به‌خوبی به‌تصویر می‌کشد.

پروفسور کرمزاده

دومین پیشنهاد، یعنی مشاهدهٔ مصاحبهٔ «پروفسور امیدعلی شهنی‌کرمزاده» فکر نمی‌کنم چندان دلیلی نیاز داشته باشد. کرمزاده عاشق ریاضیات است، با ریاضیات نفس می‌کشد و با ریاضیات زنده است. هر کس که دل در گرو ریاضیات، آموزش و ترویج آن دارد، لازم است این مصاحبه را ببیند. امیدوارم متن این مصاحبه، در شماره‌های بعدی خبرنامه منتشر شود.

پروژهٔ امیدِ ریاضی در ایران

در سالی که گذشت اتفاق خوشایند دیگری نیز در ریاضیات کشور رقم خورد. گروهی از معلمان و آموزش‌گران برجستهٔ آموزش ریاضی، پرژوه‌ای آموزشی، ترویجی و تحقیقاتی به نام «امیدِ ریاضی» را کلید زدند. این پروژه، حول این ایدهٔ اصلی شکل گرفته است که همهٔ کودکان کشور حق دارند از آموزش ریاضیِ باکیفیت و فراگیر برخوردار شوند. امیدی بلندپروازانه و زیبا برای ترویج ریاضیِ باکیفیت و ناب در همهٔ جای ایران. برای دستیابی به آموزشِ ریاضیِ باکیفیت، عناصر بسیاری مانند امکانات و ابزارهای آموزشی، فضای مناسب، محتوای آموزشی و غیره مؤثر هستند. در پروژهٔ امید ریاضی روی «محتوا» تمرکز شده است و تلاش براین است که سطوح مختلفی از محتوای باکیفیت تولید شود. این محتواها در سطوح مختلفی از جمله منابع آموزشی، طرح‌های یادگیری، مقاله‌های پشتیبان در حوزهٔ معلمی و اسناد پشتیبان در حوزهٔ اهداف یادگیری ریاضی هستند. به باور گردانندگان این پروژه، همهٔ کودکان باید فرصت مواجهه با ریاضیات ارزشمند را داشته باشند و همهٔ آن‌ها می‌توانند به ورزیدگی در ریاضی دست پیدا کنند. به‌همین جهت فراهم کردن فرصت آموزش ریاضی باکیفیت برای همهٔ کودکان مهم‌ترین هدف در این پروژه است. گروه «امید ریاضی» یک گروه غیرانتفاعی است و همهٔ فعالیت‌های این پروژه به رایگان در اختیار همه قرار می‌گیرد. از آنجایی که اکثر افرادی که در این پروژه، مشارکت دارند، خودشان معلم ریاضی و از نزدیک با کلاس و دانش‌آموزان در ارتباط هستند، محتواهای به‌دست‌آمده می‌تواند برای دیگر معلمان بسیار مناسب و جذاب باشد. وبگاه این پروژه منبع غنی و جذابی برای معلمان ریاضی در همهٔ سطوح خواهد بود.



ریاضی‌دانان اغلب می‌توانند بفهمند که وقتی مقادیر، بی‌نهایت بزرگ شوند، چه اتفاقی می‌افتد. وقتی مقادیر فقط کمی بزرگ شوند، چطور؟

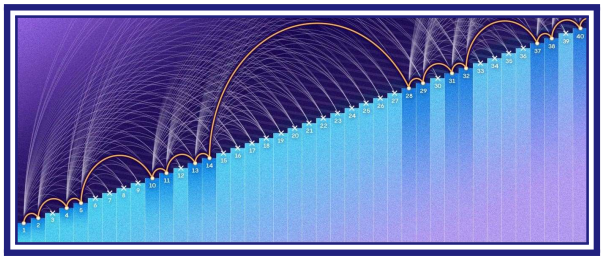
سالی درخشان در نظریهٔ گراف

یکی از حوزه‌های ریاضیات که در این سال دستاوردهای بزرگ و نابی به‌چشم دید، نظریهٔ گراف و یکی از بزرگ‌ترین کشف‌های ریاضی سال، یافتن یک کران بالای جدید برای اعداد رمزی[۱۲] در این شاخه بود. این اعداد اندازه‌ای را نشان می‌دهد که گراف می‌تواند پیش از اینکه ناگزیر شامل ساختارهایی به نام «خوشه» شود، به آن دست یابد. این کشف که در ماه مارس اعلام شد، نخستین پیشرفت از این نوع از سال ۱۹۳۵ میلادی بود. این مقاله دربارهٔ اعداد رمزی متقارن بود. در ماه ژوئن یک نتیجهٔ جدید در مورد اعداد رمزی نامتقارن

[12] Ramsey numbers

منتشر شد. نتیجهٔ جدیدی نیز دربارهٔ چگونگی هماهنگی شبکه‌های نوسانگرهای همبند منتشر شد. به‌علاوه، در تحقیق جذاب دیگری، نحوهٔ ارتباط نظریهٔ گراف و نظریهٔ میدان کوانتومی منتشر شد.

نتایج جدیدی نیز در مورد امکان تقسیم فضاهای برداری به زیرمجموعه‌هایی به نام «طرح‌ها» منتشر شد. پاتریک هانر[13] نیز، در مورد روشی نوشت که در آن خاصیت‌های موضعی گراف‌ها بر ساختار سرتاسری آن‌ها حاکم می‌شود. همچنین مجله کوانتا مقالاتی درباره دو مسئلهٔ قدیمی رنگ‌آمیزی گراف‌ها منتشر کرد. یکی از آن‌ها اثبات قضیهٔ معروف چهار رنگ[14] را بررسی می‌کند که نشان می‌دهد چگونه چهار رنگ برای رنگ‌آمیزی هر نقشه روی صفحه، کافی است به‌گونه‌ای که هیچ دو ناحیهٔ مجاوری رنگ یکسانی نداشته باشند. دیگری نتیجهٔ جدیدی را در مورد یک سؤال کمتر شناخته‌شده اما به‌همان‌اندازه جذاب، بررسی می‌کند: چه‌مقدار از صفحه را می‌توان به‌گونه‌ای رنگ کرد که تضمین کند هیچ دو نقطه‌ای با فاصله دقیقاً یک واحد، رنگ یکسانی ندارند؟!



خط نارنجی ضخیم در امتداد ۱۵ جمله اول از کوچک‌ترین دنبالهٔ ممکن از اعداد طبیعی جلو می‌رود که از وجود هرگونه تصاعد حسابی سه‌جمله‌ای جلوگیری می‌کند.

شمارش در حدس‌های ترکیبیاتی

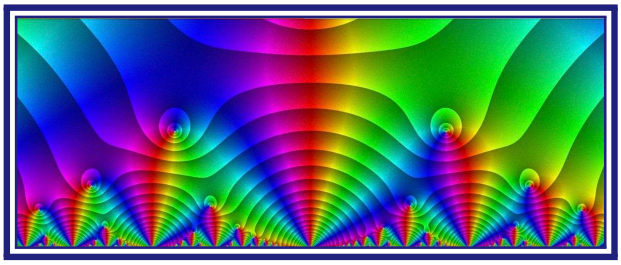
نظریه گراف را می‌توان به‌عنوان شاخه‌ای از ترکیبیات، مطالعهٔ ریاضیاتی شمارش درنظر گرفت. شمارشِ آنچه می‌تواند با مجموعه‌ای از گره‌ها و یال‌ها اتفاق بیفتد، اما شمارش در حالت کلی‌تر ترکیبیات نیز اتفاق می‌افتد. سال ۲۰۲۳ با یک اثبات برجسته توسط چهار ریاضی‌دان بزرگ، در مورد حدس دیرینه‌ای که ترکیبیات را به ساختار جبری مجموعه‌ها مرتبط می‌کند، به پایان رسید. در ماه فوریه، دو دانشمند علوم رایانه، زندر کلی[15] و راگو مکا،[16] با خبری غافلگیرکننده دربارهٔ یک سؤال ترکیبیاتی قدیمی، ریاضی‌دانان را مبهوت کردند: چند عدد صحیح را می‌توانید انتخاب کنید به‌گونه‌ای که هیچ سه‌تایی از آنها به‌فاصله یکسان پشت سرهم نباشند، به‌عبارت بهتر، هیچ سه‌تایی از آن‌ها جملات متوالی یک تصاعد حسابی نباشند. به‌عنوان مثال اعدادی مانند ۳، ۸ و ۱۱ یا ۱۰۱، ۲۰۱ و ۳۰۱، جملات متوالی از دو تصاعد حسابی هستند. کلی و مکا یک کران بالای قدیمی را که بتوان برای اعداد صحیح کوچک‌تر مساوی N، الگوی بالا را رعایت کرد، شکستند.

ماه پیش نیز، کوین هارتنت[17] دربارهٔ مقاله‌ای از یک محقق گوگل به نام جاستین گیلمر[18] نوشتهٔ جذابی منتشر کرد. گیلمر با اینکه سال‌هاست از ریاضیات دانشگاهی دور است اما هیچگاه از فکرکردن به یک مسئله ترکیبیاتی قدیمی به نام «حدس اجتماع-بسته»[19] دست برنداشته است. این حدس مربوط به خانواده‌ای از مجموعه‌هایی مانند $\{1\}$، $\{1,2\}$، $\{2,3,4\}$ و $\{1,2,3,4\}$ است. این خانواده نسبت به اجتماع‌گیری بسته است. این حدس می‌گوید که اگر خانواده‌ای از مجموعه‌ها نسبت به اجتماع‌گیری بسته باشد، باید دست‌کم یک عدد وجود داشته باشد که دست‌کم در نیمی از مجموعه‌ها ظاهر شود. گیلمر نتیجه‌ای را ثابت کرد که گام مهمی به سوی اثبات این حدس است. او از استدلالی استفاده کرد که برگرفته از نظریهٔ اطلاعات بود و بر انتخاب تصادفی دو مجموعه از یک خانوادهٔ اجتماع-بسته که دارای ویژگی‌های خاصی هستند، استفاده می‌کرد. استدلال او نمونهٔ دیگری از کارایی فرایندهای تصادفی به‌عنوان ابزاری برای استنتاج وجود ساختارها به‌حساب می‌آید. در مقابل، هارتنت در ماه آوریل، به مقاله‌ای پرداخت که نشان می‌داد ساختارهای پیچیده اما ساده به‌طرز شگفت‌انگیزی امکان‌پذیر است. برناردو سوبرکاسو[20] و مارین هول[21] در آن مقاله، نشان دادند که چگونه می‌توان یک شبکه نامتناهی را با اعداد ۱ تا ۱۵ پر کرد، به‌گونه‌ای که فاصلهٔ بین دو حضور یک عدد بیشتر از خود عدد باشد. در ماه ژانویه نیز، اریکا کلاررایچ، دربارهٔ پراکندگی شگفت‌انگیز تاس‌های ناگذرا[22] نوشت. فرض کنید در تقابل سه تاس A، B و C، تاس A احتمالاً B را می‌برد (یعنی عدد بیشتری می‌آورد)، B احتمالاً C را می‌برد و C احتمالاً A را می‌برد. یک مقاله جدید نشان داد که اگر فقط بدانید تاس A تاس B را و تاس B تاس C را برنده می‌شود، این موضوع هیچ اطلاعاتی دربارهٔ اینکه A یا C می‌توانند با احتمال بیشتری در یک مقابلهٔ رو در رو پیروز شوند، ارائه نمی‌دهد.

[13] Patrick Honner [14] Four Color Theorem [15] Zander Kelley [16] Raghu Meka [17] Kevin Hartnett [18] Justin Gilmer [19] The Union-Closed Conjecture
[20] Bernardo Subercaseaux [21] Marijn Heule [22] Intransitive Dice

ارتباطات تازه در نظریهٔ اعداد

شاید بیش از هر شاخهٔ دیگری در ریاضیات، نظریهٔ اعداددانان بتوانند قضایای ساده را با استفاده از ساختارهای فنی بسیار پیچیده اثبات کنند. مجلهٔ کوانتا یک توضیح تصویری عمیق از فرم‌های مدولار منتشر کرد که به‌عنوان «پنجمین عمل اصلی ریاضی»، همراه با جمع، تفریق، ضرب و تقسیم توصیف شده‌است. همچنین این مجله در یک گشت‌وگذار تاریخی جذاب، به قانون تقابل مربعی، یکی از قدرتمندترین ابزارهای نظریهٔ اعداد پرداخت. رابطهٔ تقابل مربعی در گوشه‌گوشهٔ ریاضیات نهفته است. با اثبات آن، نظریهٔ اعداددانان، دنیای اعداد خود را دوباره بازآفرینی کردند.



مارتین آیکلر، ریاضی‌دان آلمانی: «پنج عمل اصلی در ریاضیات وجود دارد. «جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و فرم‌های مدولار»

در گزارش دیگری، داستان دو دانشجو که روی یک پروژه تحقیقاتی تابستانی کار می‌کردند، روایت شده است. کار آن‌ها به رد حدس قدیمی موضعی - سرتاسری[۲۳] کمک کرد. تا پیش از آن، ریاضی‌دانان فکر می‌کردند که در آستانه اثبات حدسی در مورد ساختارهای باستانی به‌نام دایره‌های آپولونیوس هستند. تصور کنید سه سکه را کنار هم طوری بچینید که هر کدام سکه‌های دیگر را لمس کند. همیشه می‌توانید دور آنها دایره‌ای بکشید که از بیرون هر سه را لمس کند. سپس می‌توانید شروع به پرسیدن این سؤال کنید: اندازه آن دایرهٔ بزرگتر با سه سکه چگونه ارتباط دارد؟ چه تعداد دایره در شکاف بین سه سکه قرار می‌گیرد؟ اگر شروع به کشیدن دایره‌هایی کنید که به‌تدریج شکاف‌های کوچک‌تر و کوچک‌تر بین دایره‌ها را پر کنند، یک الگوی فراکتالی به نام بسته‌بندی دایره شکل خواهد گرفت. حال سؤال این است: چگونه اندازهٔ آن دایره‌ها به یکدیگر مرتبط می‌شوند؟ ریاضی‌دانان به‌جای کار با شعاع، روی انحنا متمرکز شدند که معکوس شعاع دایره است. در سال ۲۰۱۰، یک نظریه اعداددان به نام النا فوکس[۲۴] ثابت کرد که انحناها از رابطه خاصی پیروی می‌کنند که مقدار آن ها را به مجموعه‌های عددی خاصی محدود می‌کند. کمی بعد، ریاضی‌دانان متقاعد شدند که نه‌تنها باید انحناها در یک مجموعه قرار گیرند، بلکه باید از هر عدد ممکن در این مجموعه هم استفاده کرد. این حدس به‌عنوان حدس موضعی- سراسری شناخته شد. اما پروژهٔ تابستانی این دانشجوها منجر به رد این حدس شد. آن‌ها با استفاده از برنامه‌نویسی در پایتون موفق به انجام این کار شدند. دانشجویان و نویسندگانِ همکارشان ابتدا شواهدی مبنی بر نادرست بودن این حدس را با بررسی نمودارهایی که در راستای اثبات درستی حدس به‌کمک رایانه کشیده بودند، پیدا کردند. این یکی از پیشرفت‌های امسال بود که کاربرد روزافزون ابزارهای محاسباتی در ریاضیات را به زیبایی هرچه تمام‌تر به‌نمایش‌گذاشت. این کار، شکاف بزرگی بر بنیان همهٔ حدس‌ها در نظریهٔ اعداد آشکار کرده است. ریاضی‌دانان به این فکر افتاده‌اند که حدس بعدی که رد خواهد شد، کدام است؟!

فرم‌های مدولار ارتباطی نزدیک با منحنی‌های بیضوی دارند؛ توابع هموار دومتغیره‌ای که یکی از متغیرها توان دو و دیگری توان سه دارد. این ارتباط، ایدهٔ اصلی اثبات اندرو وایلز برای قضیهٔ آخر فرما در سال ۱۹۹۴ بود. هارتنت گزارشی نیز در مورد پیشرفت‌هایی در درک این رابطه برای منحنی‌های بیضوی که متغیرهای آن‌ها روی میدان‌های مربعی مختلط تعریف می‌شوند، دارد. اعدادی به شکل $a+b\sqrt{-5}$ که در آن a و b هر دو اعداد گویا هستند.

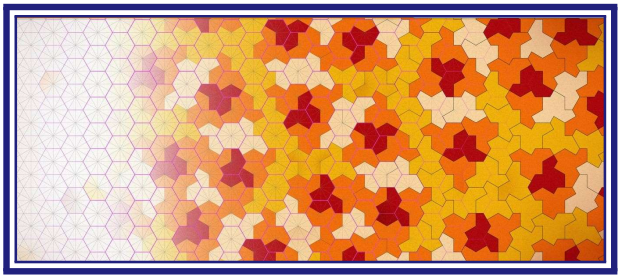
هارتنت گزارش جذاب دیگری دربارهٔ مقالهٔ ۴۵۱ صفحه‌ای که آکشای وِنکاتِش[۲۵] برندهٔ مدال فیلدز به همراه چند ریاضی‌دان بزرگ دیگر دربارهٔ ارتباط بین اشیاء مرتبط به فرم‌های مدولار و L-توابع نوشته، منتشر کرد. این مقاله یک پیوند ریاضی پنهان چیزی شبیه به ارتباط بین الکتریسیته و مغناطیس در فیزیک را مطرح می‌کند. کار آن‌ها یک ترجمهٔ دوطرفه بین تناوب‌ها و L-توابع ایجاد می‌کند. آن‌ها این کار را با بازسازی تناوب‌ها و L-توابع بر حسب یک جفت فضاهای هندسی مورد استفاده برای مطالعهٔ سؤالات اساسی در فیزیک انجام دادند. با انجام این کار، رؤیای دیرینهٔ برنامهٔ لانگ‌لندز[۲۶] که یک ابتکار تحقیقاتی گسترده در ریاضیات است، کمی بیشتر رنگ واقعیت می‌گیرد. ریاضی‌دانانی که روی سؤالات این برنامه کار می‌کنند به‌دنبال ایجاد پل‌هایی بین نواحی ناهمگون هستند تا نشان دهند چگونه می‌توان از شکل‌های پیشرفته در حسابان (محل پیدایش تناوب‌ها) برای پاسخ به سؤالات باز اساسی در نظریهٔ اعداد (محل

[23] The Local-Global Conjecture [24] Elena Fuchs [25] Akshay Venkatesh [26] Langlands program

پیدایش L-توابع) استفاده کرد یا هندسه چگونه می‌تواند در مورد سؤالات اساسی در حساب کمک کند. آن‌ها امیدوارند که پس از ایجاد این پل‌ها، تکنیک‌ها را بتوان از یک حوزهٔ ریاضی به حوزهٔ دیگر منتقل کرد تا سؤالات مهمی که در یک حوزه، غیرقابل‌حل به‌نظر می‌رسد را حل کرد. کار جدید ونِکاتِش یکی از نخستین مقالاتی است که جنبه‌های هندسی و حسابی برنامه را که برای دهه‌ها جدا از یکدیگر پیشرفت کرده‌اند، به‌هم مرتبط می‌کند. کار آن‌ها با ایجاد این پیوند، به‌طور مؤثر دامنه برنامه لانگ‌لندز را همان‌گونه که در ابتدا تصور می‌شد، گسترش داد، و یک چهارچوب مفهومی واحد برای مجموعه‌ای از ارتباطات ریاضی ارائه می‌دهد. مین هیونگ کیم، مدیر مرکز بین‌المللی علوم ریاضی در این‌باره گفت: «این کار، بسیاری از پدیده‌های متفاوت قبلی را متحد می‌کند، و این همیشه برای ریاضی‌دانان خوشحال‌کننده است.»

نظریهٔ اعداد به‌خصوص به اعداد اول و روش‌های زیبا و حساسی که بین دیگر اعداد توزیع می‌شوند، توجه خاصی دارد. اگر اعداد را به سمت بی‌نهایت درنظر بگیرید، از دیرباز معروف است که اعداد اول زمانی که توسط برخی اعداد تقسیم می‌شوند، باقی مانده‌ها، تعداد یکسانی به‌خود می‌گیرند، برای مثال، اگر تمامی اعداد اول را بر ۵ تقسیم کنید، تعداد یکسانی از باقیمانده‌ها ۱، ۲، ۳ و ۴ خواهند بود. اما ریاضی‌دانان به دنبال اثبات نتایجی درباره اینکه چقدر سریع اعداد اول توزیع می‌شوند، هستند. در ماه اکتبر، مجلهٔ کوانتا گزارشی دربارهٔ نسل جدیدی از ریاضی‌دانانی ارائه داد که قضایایی درباره روش‌هایی که اعداد اول توزیع می‌شوند، اثبات می‌کنند.

همچنین در این سال، یک بازی ریاضی جالب و سرگرم‌کننده به نام اَبَرپرش‌ها[۲۷] در مجلهٔ کوانتا معرفی شد که با طرح چالش برای بازیکنان در ساختن دنباله‌های سادهٔ اعداد با استفاده از حساب ابتدایی، تنش بین ساختار و تصادفی بودن را بررسی می‌کند. بازی در سال ۲۷۱۸ اتفاق می‌افتد. بشریت یک فضاپیمای عجیب به نام تاب‌پیما[۲۸] اختراع کرده است که فضاپیما را قادر می‌سازد تا به منظومه‌های خورشیدی دوردست پرش کند و به زمین بازگردد. تاب‌پیما، یک سامانهٔ پیش‌رانش است که در بسیاری از فیلم‌ها و کتاب‌های علمی - تخیلی از جمله فیلم پیشتازان فضا آمده است. در این داستان‌ها، فضاپیماها می‌توانند با استفاده از این فناوری به سرعت‌های بالاتر از سرعت نور برسند. این فناوری بر اساس «تاب برداشتن» و تغییر شکل پیوستار فضا-زمان عمل می‌کند. این فضاپیما نوید انقلابی در اکتشاف فضایی را می‌دهد. اما یک مشکل وجود دارد. فناوری جدید دشوار است و فقط می‌تواند اَبَرپرش‌هایی ایجاد کند که از قوانین عددی خاصی پیروی می‌کنند. هیئت حاکمهٔ زمین از شما که یک کاوشگر ماجراجوی ریاضی هستید، استفاده کرده است تا کاپیتان اولین سفینهٔ فضایی مجهز به تاب‌پیما در ناوگان آن باشید. مأموریت شما این است که هر روز مسیرهای پرش به تعدادی سیاره فراخورشیدی بیابید که در نهایت تاب‌پیما بتواند پس از انجام اَبَرپرش‌ها، بدون مشکل به زمین برگردد. سپس تیم‌های دانشمندان می‌توانند با خیال راحت ردپای شما را دنبال و هر سیاره را به‌صورت دقیق مطالعه کنند. روی صندلی خلبان در مقابلِ صفحه‌ای با پنج رقم خالی می‌نشینید، هررقم برای یک سیاره فراخورشیدی است که در اولین سفرِ خود از آن بازدید خواهید کرد. به‌هر سیاره در این منظومهٔ خورشیدی، یک عدد پرش اختصاص داده شده است. قبل از اینکه بتوانید از زمین خارج شوید، باید اعداد را به ترتیبی معتبر، که براساس جمع، تفریق، ضرب و تقسیم در جایگاه درستی قرار دارند، وارد کنید. پس از هر سفر، باید به زمین برگردید تا تاب‌پیمای خود را شارژ کنید. زمین تنها سیاره‌ای است که عدد پرش ۹ دارد، بنابراین هر دنبالهٔ پنج رقمی شما باید با چهار عمل اصلی به عدد ۹ ختم شود. معرفی این بازی را می توانید در اینجا ببینید.



نخستین تک‌کاشی غیرمتناوبی که می‌تواند کل صفحه را به‌گونه‌ای غیرتکراری پُر کند

کشف تک‌کاشی‌های نامتناوب و حرکت تازهٔ سوزن کاکیا

سال ۲۰۲۳ در هندسه نیز، سالِ شگفت‌انگیزی بود. جالب‌ترین نتیجهٔ سال در هندسه، کشف نوعی جدید از تک‌کاشی[۲۹] بود که صفحه را با الگویی که هرگز تکرار نمی‌شود، می‌پوشاند. در اواسط نوامبر سال گذشته، دیوید اسمیت،[۳۰] یک تکنسین بازنشستهٔ چاپ و از

[27] Hyperjumps [28] Warp Drive [29] Monotile [30] David Smith

علاقه‌مندان به معماهای چیدمانی، فراکتال‌ها و نقشه‌های جاده‌ای، یکی از کارهای موردعلاقه خود را انجام می‌داد: بازی با اشکال. او با استفاده از یک بستهٔ نرم‌افزاری[۳۱]، یک کاشی به‌شکل یک کلاه ساده ساخت. حالا او در حال آزمایش بود تا ببیند چه‌مقدار از صفحه را می‌تواند با تکرارهایی از آن کاشی، بدون همپوشانی یا شکاف پر کند. تا پیش از این، وقتی کاشی‌ها را ایجاد می‌کرد، آن‌ها در الگوی تکراری قرار می‌گرفتند یا در کاشی‌کاری بیشتر صفحه شکست می‌خوردند. اما به‌نظر می‌رسید که این یکی، این‌گونه نیست. اسمیت سی‌تا از این کاشیِ کلاه‌مانند را روی مقوا برید و روی یک میز کنارهم چید. سپس سی‌تای دیگر را برید و ادامه داد. او گفت: «متوجه شدم که در حال تولید قطعه‌ای هستم که پیش‌تر ندیده بودم. این یک کاشیِ فریبندهٔ کوچک است.» او توصیفی از کاشی خود را برای کریگ کاپلان،[۳۲] یک متخصص و دانشمند رایانه در دانشگاه واترلو در کانادا فرستاد و او بلافاصله شروع به بررسی خواص آن کرد. ترکیبی از دو کاشی که این کار را انجام می‌دهند از دههٔ ۱۹۷۰ شناخته شده بود، اما تک‌کاشی که توسط دیوید اسمیت کشف و در ماه مارس اعلام شد، حسابی جلب توجه کرد. اسمیت و کاپلان، همراه با دو محقق دیگر، اعلام کردند که این تک‌کاشی چیزی است که ریاضی‌دانان بیش از پنج دهه به‌دنبال آن بودند: یک تک‌کاشی که صفحه را با یک الگوی غیرتکراری می‌پوشاند. ریاضی‌دانان چنین کاشی‌کاری را «نامتناوب» می‌نامند، برعکس شکل‌هایی مانند مربع یا شش‌ضلعی که می‌توانند صفحه را به‌صورت تکرارشونده (یا متناوب) بپوشانند. محققان در مقالهٔ خود نوشتند که تک‌کاشی کلاه‌مانند اسمیت «پیچیدگی کافی برای برهم زدن قدرتمندانهٔ چینش متناوب در همهٔ مقیاس‌ها» را نشان می‌دهد. علاوه بر این، آن‌ها متوجه شدند که این تک‌کاشی یکی از بی‌نهایت کاشی‌های مختلف از این نوع است. تک کاشی اسمیت به‌حدی جذاب است که در همین مدت علاقه‌مندان از طراحی سادهٔ آن به‌عنوان قالب کوکی و در طرح‌های پارچه استفاده کرده‌اند.

سال ۲۰۲۳ همراه با پیشرفت بزرگی در اثبات حدس کاکیا[۳۳] بود، یک حدس هندسی ساده اما به‌غایت فریبنده که زیربنای آسمان‌خراشی از حدس‌های دیگر است. در سال ۱۹۱۷، سوئیچی کاکیا، ریاضی‌دان ژاپنی، حدسی را ارائه کرد که در ابتدا چیزی جز یک تمرین سرگرم‌کننده در هندسه به‌نظر نمی‌رسید. یک سوزن بی‌نهایت نازک به‌طول یک اینچ را روی یک سطح صاف قرار دهید، سپس آن را بچرخانید تا یک دور کامل چرخیده باشد. کوچک‌ترین ناحیه‌ای که سوزن می‌تواند جارو کند، کدام است؟ اگر به‌سادگی آن را به‌دور مرکزش بچرخانید، یک دایره خواهید داشت. اما می‌توان سوزن را به روش‌های مبتکرانه جابه‌جا کرد، به‌طوری که فضای بسیار کمتری را جارو کند. از آن‌زمان ریاضی‌دانان نسخه‌ای مرتبط از این سؤال را مطرح کرده‌اند که حدس کاکیا نامیده می‌شود. در تلاش برای حل آن، آن‌ها پیوندهای شگفت‌انگیزی با آنالیز هارمونیک، بررسی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، نظریهٔ اعداد و حتی فیزیک کشف کردند. جاناتان هیکمن[۳۴] از دانشگاه ادینبورگ می‌گوید: «به هرشکل، این هندسهٔ خطوط که به جهات مختلف اشاره می‌کند، در همهٔ جای ریاضیات حاضر است.» اما این میان هنوز چیزهایی وجود دارد که ریاضی‌دانان به‌طور کامل آن را درک نکرده‌اند. در چندسال گذشته، آن‌ها حالت‌های ساده‌تری از حدس کاکیا را ثابت کرده‌اند، اما این حدس در فضای اقلیدسی سه‌بعدی هنوز حل‌نشده باقی مانده‌است. برای مدتی، به‌نظر می‌رسید که هیچ پیشرفتی وجود ندارد. حال دو ریاضی‌دان به اصطلاح سوزن را حرکت داده‌اند. اثبات جدید آن‌ها مانع بزرگی را که برای دهه‌ها پابرجا بود برطرف کرده است. ریاضی‌دانان دوباره امیدوار شده‌اند که این بار بالاخره راه‌حلی پیدا می‌شود.

* دانشگاه ملایر

[31] PolyForm Puzzle Solver [32] Craig Kaplan [33] Kakeya conjecture [34] Jonathan Hickman