

## آیا ریاضیدانان مسن می‌توانند خالق ریاضیاتی مفید باشند؟

آلبرشت پیچ (۱۹۳۴)، آلمان



ترجمه: محمد صال مصلحیان

برای بهبود خوانایی، این مقاله به چهار بخش تقسیم شده است.

### ۱. دیدگاه هاردی

با برخی توضیحات درباره گادفری هارولد هاردی شروع می‌کنم، که از ۷ فوریه ۱۸۷۷ تا ۱ دسامبر ۱۹۴۷ زندگی می‌کرد. هاردی از ریاضی‌دانان سالخورده خواست که از تحقیقات ریاضی دست بکشند، اما هرگز نمی‌گوید که آنها در باقی عمر خود چه کاری می‌توانند انجام دهند. نقل قول بعدی در [۵، صفحات ۱۴۸ و ۷۲ از متن انگلیسی] قابل مشاهده هستند.

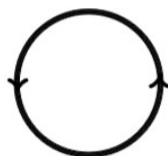
«یک ریاضی‌دان ممکن است در شصت سالگی به اندازه کافی ماهر باشد، اما انتظار داشتن ایده‌های اصیل از او بی‌فایده است. من هیچ نمونه‌ای از پیشرفت ریاضی مهمی که توسط یک مرد پنجاه ساله یا بیشتر آغاز شده باشد نمی‌شناسم.»

در اظهارات پیشین، هاردی از دو عدد «پنجاه» یا «شصت» استفاده می‌کند. به نظر من، این تفاوت بی‌اهمیت است، زیرا از هر محدودیت سنی باید اجتناب شود. هاردی «دفاعیه» خود را در سن ۶۳ سالگی نوشت. ما از پیشگفتار نوشته شده بوسیله اسنو می‌دانیم که هاردی با آگاهی کامل از کاهش قدرت ذهنی خود، پیش از آن به شدت افسرده شده بود. در تابستان ۱۹۴۷ حتی سعی کرد خودکشی کند؛ برای جزئیات بیشتر [۵، صفحه ۵۴] را ببینید.

هنگام پیروی از راهبردهای زندگی هاردی، طرفداران واقعی او باید این حقایق را مدنظر قرار دهند. ریاضی‌دانان بدون شک در سنی کمتر از پنجاه سال به حداکثر تلاش خود می‌رسند، وضعیتی که در مدال فیلدز نیز منعکس شده است. هاردی گفته است: «ریاضیات بازی جوانان است [۵، صفحه ۷۰]» اما برخی از افراد قادر به حفظ سطح بالای فکری خود برای مدت بسیار طولانی هستند، چیزی که از بسیاری افراد

انتظار نمی‌توان داشت. هاردی چند نظر هوشمندانه دربارهٔ تعریف ریاضیات «خوب» داشت که باید از مرجع اصلی خوانده شود؛ برای جزئیات بیشتر [۵، صفحه ۸۹] را ببینید. با این حال، در زندگی واقعی، انسان در «چرخه باطل» زیرافتاده است:

یک فرد خوب است، اگر به اندازه کافی نتایج خوب را ثابت کرده باشد.



یک نتیجه خوب است، اگر به اندازه کافی توسط افراد خوب تحسین شود.

## ۲. ریاضی‌دانان مسن کارآمد

انتخاب ریاضی‌دانان مسن موفق مسئله‌ای نسبتاً مشکل است. اگر فرض کنیم که حداقل ۵ نامزد در هر یک از ۶۳ حوزهٔ رده‌بندی موضوعی ریاضیات MSC2020 وجود دارند، وظیفه ما انتخاب چند نفر از بیش از ۳۰۰ نفر از طریق یک نوع قرعه‌کشی است. بدون شک، کمبود نمونه وجود ندارد، بلکه دارای تعداد زیادی نمونه هستیم. امیدوارم انتخاب زیر (که بر نظر شخصی استوار است) قابل قبول باشد.

برای حفظ کوتاهی و کارآمدی این مقاله، تنها اسامی افراد خاص را که «پس از پنجاه سالگی» نتایج قابل توجهی اثبات کرده‌اند، ذکر می‌کنم و جزئیات را مورد بحث قرار نمی‌دهم. بدون شک، ما با غول‌های مطلق مواجه هستیم:

ل. اوپلر (۱۷۸۳–۱۷۰۷)، ژ. لیوویل (۱۸۸۲–۱۸۰۹)، ک. ویرشتراس (۱۸۹۷–۱۸۱۵)، آ. اینشتین (۱۹۵۵–۱۸۷۹).

آنچه در ذیل می‌آید، یک فهرست تصادفی از نامزدهای دیگر است که هر کس می‌تواند افراد مورد علاقه خود را به آن اضافه کند:

پ. اردش (۱۹۹۶–۱۹۱۳)، ا. گلفند (۲۰۰۹–۱۹۱۳)، ا. هلاوکا (۲۰۰۹–۱۹۱۶)، ب. مندلیبرات (۲۰۱۰–۱۹۲۴)، ژ. پ. کاهان (۲۰۱۷–۱۹۲۶)، ا. گوخبرگ (۲۰۰۹–۱۹۲۸)، سر م. ف. عطیه (۲۰۱۹–۱۹۲۹)، د. ادموندز (۱۹۳۱)، آ. شینزل (۲۰۲۱–۱۹۳۷)، ر. شنایدر (۱۹۴۰). زنان نیز توسط ا. تاسکی-تاد (۱۹۹۵–۱۹۰۶) و د. ماهارام (۲۰۱۴–۱۹۱۷) نمایان هستند.

ارزیابی کارهای دیرینه این شخصیت‌ها خودشایسته‌پنداری است؛ آنچه باقی می‌ماند احترام زیاد من به آنها است.

اردش (۸۰۰)، گوخبرگ (۲۸۶)، گلفند (۱۹۵)، ادموندز (۱۷۲)، کاهان (۱۴۲)، شینزل (۱۳۷)، عطیه (۱۲۱)، تریبیل (۹۸)، مندلیبرات (۸۷)، شنایدر (۸۵)، هلاوکا (۸۴)، تاسکی-تاد (۷۱)، جانسون (۳۹)، ماهارام (۲۳) و غیره، همگی بعد از سن شصت سالگی مقالات زیادی نوشته‌اند. پراکنده‌های بالا تعداد دقیق مقالات هر فرد را که با استفاده از MathSciNet به‌دست آمده‌اند، نشان می‌دهند. مطمئناً انتظار اینکه این مقالات دارای نتایج برجسته زیادی باشند، تنها یک حدس و گمان نیست. جدول بعدی تعداد معقولی از ۱۰ مثال را ارائه می‌دهد که در آنها یک «اوج عملکرد» بعد از پنجاه سالگی به دست آمده است؛ آنها از zbMATH، MathSciNet، اینترنت و مراجع مربوط به دست آمده‌اند.

ریاضیدان	سن	موضوع ریاضی
ه. پوانکاره (۱۸۵۴–۱۹۱۲)	۵۸	مسئله سه جسم (۱۹۱۲)
ه. کارتان (۱۹۰۴–۲۰۰۸)	۷۲	نظریه‌های کوهومولوژی (۱۹۷۶)
ل. شوارتز (۱۹۱۵–۲۰۰۲)	۵۸	کتابی درباره اندازه‌های استوانه‌ای (۱۹۷۳)

ی. کالابی (۱۹۲۳-۲۰۲۳)	۶۹	ژئودزیکهای بسته (۱۹۹۲)
ن کالتون (۱۹۴۶-۲۰۱۰)	۶۲	نرم‌های تقارنی و غیره (۲۰۰۸)
ه. تریبل (۱۹۳۶)	۷۸	معادلات ناویر-اشتوکس (۲۰۱۴)
و. ب. جانسون (۱۹۴۴)	۶۹	خاصیت تقریب (۲۰۱۱)
ر. هیدون (۱۹۴۷)	۶۴	مسئله اسکالر-جمع-فشرده (۲۰۱۱)
ت. رویان (۱۹۴۷)	۷۰	حدس همبستگی گوسی (۲۰۱۷)
ی. ژانگ (۱۹۵۵)	۵۹	فاصله‌های کراندار بین اعداد اول (۲۰۱۴)

ل. فیتوریس (۱۸۹۱-۲۰۰۲) آخرین مقاله‌اش [۱۵] را در سن ۱۰۳ سالگی ارائه داد؛ MathSciNet تعداد قابل توجهی از ۱۲ ارجاع را تأیید می‌کند.

### ۳. نظر شخصی نویسنده

نتیجه یک عمر زندگی‌ام اطلاعاتی تکمیلی درباره مسائلی که تا اینجا بحث شده ارائه می‌دهد. آنچه بعد از این می‌آید، زندگینامه کوتاه‌ام است و امیدوارم خواننده تصویر مثبتی از من بدست آورد. این امر می‌تواند تمام تلاش‌هایی که برای نوشتن این مقاله صرف کرده‌ام را توجیه کند. واقعیت این است که «دفاعیه یک ریاضیدان» هاردی به مرجع اصلی فلسفه ریاضی‌ام تبدیل شده است. از او چیزهای زیادی یاد گرفته‌ام. تنها یک نکته مهم وجود دارد: رد قاطع از پیشنهاد خودکشی ریاضی. بدون هیچ مقایسه خودم با هاردی، با تأکید اعلام می‌کنم که علاقه به ریاضی هیچ محدودیت سنی ندارد.

هاردی تأکید کرد که کنجکاوی فکری، انگیزه، افتخار حرفه‌ای و شهرت طلبی، نیروهای رانش پشت بهترین آثار جهانی هستند [۵، صفحات ۷۸-۸۰]. او از لذت و حتی عشق یاد نکرد. تحقیقات ریاضی نباید تنها به عنوان یک رقابت، بلکه به عنوان یک سرگرمی نیز در نظر گرفته شوند. به طور طبیعی، خوشحال می‌شوم اگر کسی نتایج من را بپسندد. با این حال، من نیز دستاوردهای دیگران را تحسین می‌کنم. ما همه در یک قایق هستیم.

آنچه در زیر می‌آید فهرستی از اعیان ریاضی است که برایم جالب بوده‌اند؛ نیمی از آنها توسط خودم معرفی شده‌اند و اغلب توسط متخصصین مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

۱۹۶۰- $\Phi$  - اپراتورها

۱۹۶۲ فضاهای کامل از دنباله‌های برداری-مقدار

۱۹۶۲ فضاهای موضعا محدب هسته‌ای

۱۹۶۳ اپراتورهای مرتبط

۱۹۶۳ اعداد تقریبی

۱۹۶۷ عملگرهای مطلقا  $p$ -جمعی

۱۹۶۸ ایده‌ال‌های عملگری

۱۹۷۲-۵ اعداد

۱۹۷۲ ترتیب‌های حدی و نمودارهای آنها

۱۹۸۰ اعداد ویل

۱۹۸۰ توزیع‌های مقدار ویژه‌ای

۱۹۸۱ فضاهای تقریبی

۱۹۸۱ اثرهای کلاسیک

۱۹۹۱ اثرهای منفرد

۱۹۹۴ نرم‌های ایده‌آلی مرتبط با دستگاه‌های متعامدیکه

۲۰۱۲ ایده‌آل‌های دنباله‌ای شیف-یکنوا

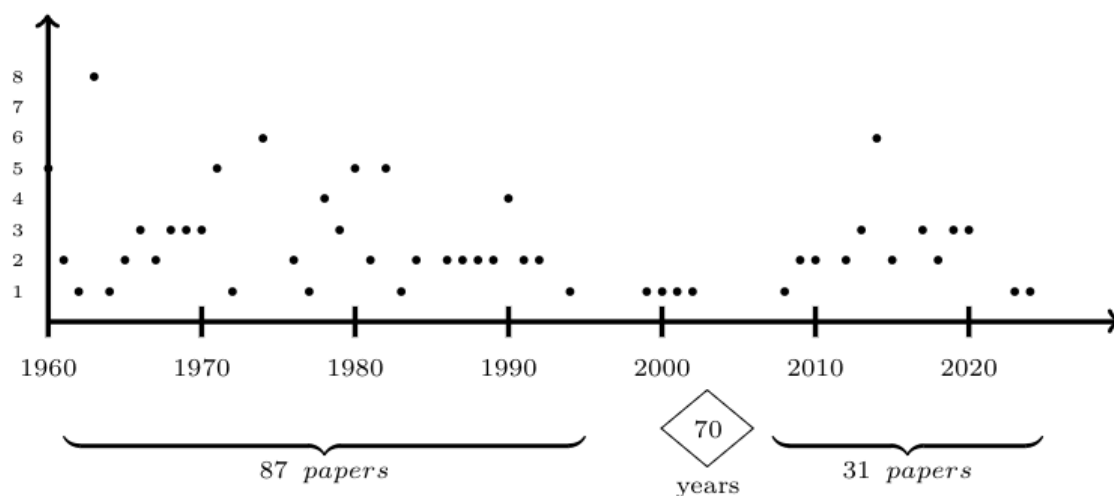
۲۰۱۲ تناظر پیچ

۲۰۲۳ ایده‌آل‌های دنباله‌ای لورنتس

تمام تحقیقاتم بر روی این مفاهیم و ارتباطات آنها تمرکز داشته است. علاقه تاریخی‌ام از سن پنجاه سالگی شروع شد. از سال ۱۹۹۲ تا ۲۰۰۰ دو بار به عنوان متخصص ریاضیات برای بنیاد تحقیقاتی آلمان انتخاب شدم. در دوره دوم، حتی رئیس کمیته ریاضی شدم و در حدود ۴۰۰ گزارش نوشتم.

تاکنون ۷ کتاب منتشر کرده‌ام؛ یکی از آنها با دانشجویم یورگ ونتسل بوده است. کتاب «فضاهای موضعا محدب هسته‌ای» از آلمانی به روسی و انگلیسی، و کتاب «ایده‌آل‌های عملگری» از انگلیسی به روسی ترجمه شده‌اند. همچنین کتاب «نظریه ایده‌آل‌های عملگری» (۱۹۷۲) به زبان آلمانی، یک برنامه تحقیقاتی، و کتاب «تاریخچه فضاهای باناخ و عملگرهای خطی» (۲۰۰۷) از اهمیت برخوردارند.

نمودار زیر توزیع ۱۲۲ مقاله‌ام را نشان می‌دهد: توجه کنید که نامنظمی در دوره ۱۹۹۶ تا ۲۰۰۷ ناشی از مشغولیتیم با بنیاد تحقیقاتی آلمان و نگارش کتاب «تاریخ» بوده است.



بر اساس شعار هاردی، کارم باید تا سال ۲۰۰۷ با کتاب «تاریخ» به پایان می‌رسید. با این حال، من زندگی ریاضی «دوم» خود را شروع کردم که در آن رویکرد اصلی به نظریه اثرها به‌طور کامل بازسازی و اساساً ساده‌تر شد؛ [۸، فصل ۴] و [۹، ارائه شده در سن ۸۲] را ببینید. مقاله درباره فضاهای دنباله‌ای لورنتس هم نگرش جدیدی ارائه می‌دهد؛ [۱۰، ارائه شده در سن ۸۹] را ببینید.

لطفاً مرا فقط به عنوان یک مثال تکمیلی در نظر بگیرید.

#### ۴. اختتامیه

همکاران مسن ممکن است قدرت ذهنی یا اشتیاق برای ادامه تحقیقات ریاضی را از دست داده باشند. بنابراین هرکس باید به تنهایی تصمیم بگیرد که چه چیزی ممکن و مطلوب است. ما باید به شخصیت‌های خاص احترام بگذاریم. مدارا نکته اصلی است. البته ریاضی‌دانان سالخورده از اثبات کردن قضایا احساس رضایت زیادی می‌کنند. با این حال، به نظر من، سالخوردگان باید دانش خود را به نسل‌های جوان منتقل کنند. آنها باید ایده‌های خود را در مورد تحولات آینده به اشتراک بگذارند.

دانستن دیدگاه‌های مردم بسیار مهم است، اما آنچه واقعاً اهمیت دارد، واکنش شخصی هر خواننده است.

آخرین آرزویم این است: به همکاران قدیمی خود توجه کنید و از زحمات آنها قدردانی کنید.

#### References

- [1] S. Argyros, R. Haydon, A hereditarily indecomposable  $L_\infty$  space that solves the scalar-plus-compact problem, *Acta Math.* 206 (2011), 1–54.
- [2] E. Calabi, Jianguo Cao, Simple closed geodesics on convex surfaces, *J. Differ. Geom.* 36 (1992), 517–549.
- [3] H. Cartan, Théories cohomologiques, *Invent. Math.* 35 (1976), 261–271.
- [4] T. Figiel, W.B. Johnson, A. Pełczyński, Some approximation properties of Banach spaces and Banach lattices, *Israel J. Math.* 183 (2011), 199–231.
- [5] G.H. Hardy, *A mathematicians apology*, Cambridge Univ. Press (1940), Quotations are adopted from paperbacks with a foreword by C.P. Snow.
- [6] N. Kalton, F. Sukochev, Rearrangement-invariant functionals with applications to traces on symmetrically normed ideals, *Canad. Math. Bull.* 51 (2008), 67–80.
- [7] N. Kalton, F. Sukochev, Symmetric norms and spaces of operators, *J. Reine Angew. Math.* 621 (2008), 81–121.
- [8] S. Lord, F. Sukochev, D. Zanin, *Traces: Volume 1., Theory 2nd corrected and extended edition*, De Gruyter, Berlin–Boston, 2021.

[هاردی، گادفری هرولد، دفاعیه یک ریاضی‌دان، ترجمه سیامک کاظمی، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران، ۱۳۸۵]

- [9] A. Pietsch, A new approach to operator ideals on Hilbert space and their traces, *Integr. Equ. Oper. Theory* 89 (2017), 595–606.
- [10] A. Pietsch, Lorentz spaces depending on more than 2 parameters, to appear in *Ann. Funct. Anal.* (2024).
- [11] H. Poincaré, Sur un théorème en géométrie, *Rend. Cir. Mat. Palermo*, 33 (1912), 375–407.
- [12] T. Royen, A simple proof of the Gaussian correlation conjecture extended to some multivariate gamma distributions, *Far East J. Theor. Stat.* 48, (2014), 139–145.
- [13] L. Schwartz, Radon measures on arbitrary topological spaces and cylindrical measures, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, Oxford University Press, London, 1973.
- [14] H. Triebel, Hybrid function spaces, heat and Navier-Stokes equations, EMS Tracts in Mathematics 24, European Mathematical Society, Zürich, 2014.
- [15] L. Vietoris, Über das Vorzeichen gewisser trigonometrischer Summen. III, *Osterreich. Akad. Wiss. Math.-Natur. Kl. Sitzungsber. II*, 203 (1994), 57–61.
- [16] Y. Zhang, Bounded gaps between primes, *Annals of Math.* 179 (2014), 1121–1174.

این مقاله ترجمه ای است (با اجازه از مجله انجمن ریاضی اروپا) از مقاله زیر:

A. Pietsch, Are old mathematicians useless?, to appear in *Eur. Math. Soc. Mag.* 131, March 2024.