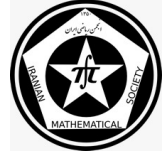


به نام خدا
مسائل ریاضی انجمن ریاضی ایران
مهر ماه ۱۴۰۲



۱. فرض کنید x, y دو عدد حقیقی مثبت باشند که $x > y$. نشان دهید

$$\frac{x^4 - y^4}{4x^3} < x - y < \frac{x^4 - y^4}{4y^3}.$$

۲. فرض کنید G گروهی متناهی و p عددی اول باشد. فرض کنید G دقیقاً دارای n عنصر از مرتبه p می باشد. نشان دهید $n = 0$ یا $n + 1$ بر p بخش پذیر است.

۳. فرض کنید $n \geq 2$ و A, B دو ماتریس $n \times n$ با درایه های حقیقی باشند که $A^2 = -I_n$ و $AB = BA$. نشان دهید $\det(B) \geq 0$.

۴. فرض کنید $n \geq 2$. نشان دهید $\sum_{k=1}^n k \binom{k}{n}$ بر ۸ بخش پذیر است.

۵. تعداد زیرمجموعه های مجموعه $\{1, 2, \dots, 2000\}$ را تعیین نمایید که مجموع عناصر آن بر ۵ بخش پذیر است.

۶. فرض کنید $k \in \mathbb{N}$ عددی فرد و M_1, \dots, M_k ماتریس هایی هم مرتبه با درایه های گویا باشند. نشان دهید ماتریس های X_1, \dots, X_{k+1} موجودند به طوری که $M_i = \frac{1}{2}(X_i + X_{i+1})$ و $X_1 = X_{k+1}$.

منبع سوالات، سوالات ماهانه MEC monthly problems in mathematics می باشد. لطفاً پاسخ هر پرسش را تایپ کنید یا به صورت کاملاً خوانا بنویسید و تصویر واضح آن را در قالب فایل pdf به همراه مشخصات خود حداکثر تا پایان آذر ماه ۱۴۰۲ به نشانی زیر ارسال فرمایید.

mathematicalmonthly@gmail.com

موفق باشید.