یک پدر و پسر مسئله‌ای مهم در هندسه را به‌کمک اُریگامی حل کردند*

مترجم: ساناز لامعی**

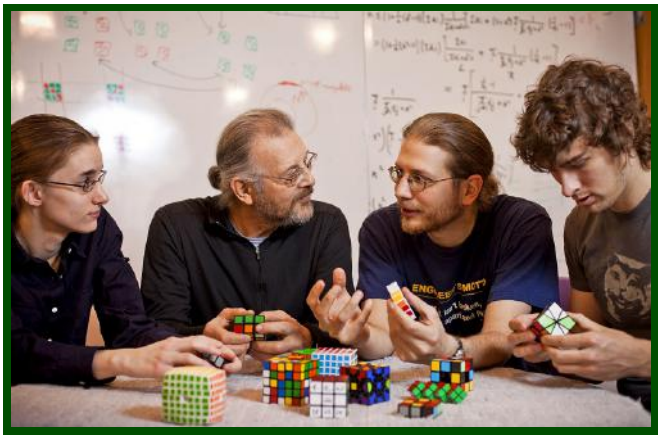
چکیده

کار آن‌ها می‌تواند به محققان کمک کند تا به یک سؤال بزرگ‌تر در مورد مسطح‌کردن اجسام از بُعد چهارم به بُعد سوم پاسخ دهند.

دانشمند علوم رایانه، اریک دیمین[۱] و پدر هنرمندش، مارتین دیمین[۲]، که او نیز دانشمند حوزهٔ علوم رایانه است، سال‌هاست که مرزهای هنر اُریگامی (هنر کاغذ و تاکردن) را گسترش می‌دهند. مجسمه‌های پیچیدهٔ اُریگامی آن‌ها بخشی از مجموعهٔ دائمی موزهٔ هنر مدرن است. آن‌ها یک دهه پیش، از چهره‌های برجسته‌ای بودند که در مستندی که در مورد شکل هنر از شبکه PBS پخش شد، معرفی شدند. این پدر و پسر زمانی که اریک شش‌ساله بود شروع به همکاری کردند. اریک دیمین که اکنون استاد مؤسسه فناوری ماساچوست است، می‌گوید: «ما شرکتی به‌نام شرکت «معمای پدر و اریک» داشتیم که دست‌ساخت‌هایی را تهیه می‌کردیم و به اسباب‌فروشی‌های سرتاسر کانادا می‌فروختیم.» اریک دیمین ریاضیات پایه و هنرهای تجسمی را نزد پدرش آموخت، اما در نهایت به مارتین (پدرش) ریاضیات پیشرفته و علوم رایانه آموخت. اریک دیمین می‌گوید: «اکنون ما هر دو هنرمند و ریاضی‌دان و دانشمند حوزهٔ رایانه هستیم. ما در بسیاری از پروژه‌ها، به‌ویژه پروژه‌هایی که همهٔ این رشته‌ها را دربرمی‌گیرند، همکاری می‌کنیم.»

جدیدترین کار آن‌ها که یک اثبات ریاضی است، همکاری را به مرحله‌ای جدید برده است: جهانی که در آن شکل‌ها پس از تاکردن‌های بی‌نهایت فرو می‌ریزند. این ایده‌ای است که حتی خود آن‌ها نیز در ابتدا به‌سختی آن را پذیرفتند. اریک دیمین که کار جدید مشترک را با همکارانش مارتین دیمن، زاخاری آبل[۳] از MIT ، جین ایچی ایتو[۴] از دانشگاه سوگیاما جوگاکوئن[۵]، جیسن کو[۶] دانشگاه ملی سنگاپور[۷]، چی نارا[۸] از دانشگاه میجی[۹] و جیسون لینچ[۱۰] از دانشگاه واترلو[۱۱] انجام داده است می‌گوید: «ما مدتی با هم بحث کردیم، درمورد اینکه آیا این کار مجاز است؟ آیا این یک عمل واقعی است؟»

کار جدید که در ماه می گذشته به‌صورت برخط منتشر شد و در ماه اکتبر در نشریهٔ هندسهٔ محاسباتی[۱۲] منتشر شد، به سؤالی پاسخ می‌دهد که دیمن به‌همراه مشاور دکترای اریک، آنا لوبیو[۱۳] از دانشگاه واترلو در سال ۲۰۰۱ مطرح کردند. آن‌ها می‌خواستند بدانند که آیا هر شکل چندوجهی کراندار مانند یک مکعب، نه مانند یک کره یا یک صفحهٔ نامتناهی را می‌توان با استفاده از خط چین‌ها به‌صورت مسطح تا کرد. در این فرایند بریدن یا پاره‌کردن شکل مجاز نیست. همچنین، فواصل ذاتی شکل‌ها باید حفظ شود و به گفتهٔ اریک دیمین اجسام نباید کشیده یا کوچک شوند. او خاطرنشان کرد که در این نوع تاکردن باید از عبورکردن اجتناب کرد، به این معنی که «ما نمی خواهیم کاغذ از خود عبور کند» زیرا در دنیای واقعی چنین اتفاقی نمی‌افتد. او افزود که رعایت این محدودیت «به‌ویژه زمانی که در حالت سه‌بعدی همه چیز به‌صورت پیوسته در حال حرکت است چالش‌برانگیز است». در مجموع، این محدودیت‌ها به این معنی است که له‌کردن شکل، کار نخواهد کرد.



این اثبات نشان می‌دهد که شما می‌توانید این تاکردن را انجام دهید، به‌شرط اینکه به یک راهبرد تاکردن نامتناهی متوسل شوید، اما این روش با یک فن ساده‌تر شروع می‌شود که چهار نفر از

[1]Erik Demaine [2]Martin Demaine [3]Zachary Abel [4]Jin-ichi Itoh [5]Sugiyama Jogakuen University [6]Jason Ku [7]National University of Singapore
[8]Chie Nara [9]Meiji University [10]Jayson Lynch [11]University of Waterloo [12]Computational Geometry [13]Anna Lubiw

نویسنده‌های بالا در مقاله‌ای در سال ۲۰۱۵ آن را معرفی کرده بودند. در آنجا، آن‌ها مسئله تاکردن را برای یک کلاس ساده‌تر از شکل‌ها مطالعه کردند: چند وجهی‌های متعامد که وجه‌های آن‌ها در زوایای قائم به‌هم می‌رسند و بر حداقل یکی از محورهای مختصات x، y و z عمود هستند. برآورده‌شدن این شرایط باعث می‌شود که وجوه یک شکل مستطیلی شوند، که تاکردن را ساده‌تر می‌کند، مانند جمع‌کردن یک کارتون حمل یخچال. اریک دیمین می‌گوید درک این موضوع نسبتاً آسان است، زیرا همه گوشه‌ها یکسان هستند و فقط دو صفحه هستند که به طورعمود، به‌هم برخورد می‌کنند.

پس از موفقیت در سال ۲۰۱۵، محققان تصمیم گرفتند از روش مسطح‌کردن خود برای همهٔ چندوجهی‌های مسطح کراندار استفاده کنند. این تغییر، مسئله را بسیار پیچیده‌تر کرد، زیرا هنگام کارکردن با چند وجهی‌های غیرمتعامد، وجوه ممکن است شکل مثلث یا ذوزنقه داشته باشند و آن راهبرد چین‌خوردگی که برای جعبهٔ یخچال کار می‌کرد برای منشور هرمی کارایی نداشته باشد. به‌طور خاص، برای چندوجهی غیرمتعامد، هر تعداد متناهی از تاکردن‌ها همیشه خط‌چین‌هایی ایجاد می‌کنند که در یک رأس به‌هم برخورد می‌کنند. اریک دیمین گفت: «این موضوع ابزارهای تازدن ما را به‌هم ریخت.»

آن‌ها راه‌های مختلفی را برای اجتناب از این مشکل درنظر گرفتند. کاوش‌ها، آن‌ها را به‌سمت روشی سوق داد که هنگام مسطح‌کردن اجسام نامحدب به‌کار می‌رود: یک مشبّکه مکعبی[14]، که نوعی مشبّکه بی‌نهایت سه‌بعدی است. در هر رأس در مشبّکه مکعبی، وجوه زیادی به‌هم می‌رسند که یک ضلع مشترک دارند، که مسطح‌شدن را در هر یک از این نقاط، دشوار می‌کند. کو[15] می‌گوید: «درواقع، لزوماً شما فکر نمی‌کنید که بتوانید این کار را انجام دهید.» اما درنظرگرفتن نحوهٔ مسطح‌کردن این نوع تقاطعِ به‌شدت چالش‌برانگیز، محققان را به‌سمت روشی سوق داد که درنهایت برهان را قوی‌تر کرد. کو می‌گوید، ابتدا، آن‌ها به‌دنبال نقطه‌ای «در مکانی دور از رأس» بودند که می‌توانست صاف شود. سپس نقطهٔ دیگری را پیدا می‌کردند که می‌توانستند آن را صاف کنند و مدام این فرایند را تکرار می‌کردند. به رئوس مشکل‌دار نزدیک‌تر می‌شدند و در حین حرکت، قسمت بیشتری از شکل صاف می‌شد. اگر آن‌ها در لحظه‌ای فرایند را متوقف می‌کردند، هنوز کار بیشتری برای انجام‌دادن وجود داشت، اما توانستند ثابت کنند که اگر این فرایند تا بی‌نهایت ادامه پیدا کند، می‌توانند بر این مشکل غلبه کنند. کو می‌گوید: «با انتخاب برش‌ها کوچک‌تر و کوچک‌تر برای نزدیک‌شدن حدی به یکی از این رئوسِ مشکل‌ساز، می‌توان هر یک از آن‌ها را صاف کرد. در اینجا، برش‌ها واقعی نیستند، بلکه برش‌ها مفهومی هستند که برای تصور تقسیم‌کردن شکل به قطعات کوچک‌تر و صاف‌کردن آن قطعات استفاده می‌شوند. سپس به صورت مفهومی این جواب‌ها را به هم می‌چسبانیم تا جوابی را روی سطح اصلی به‌دست آوریم.» محققان همین رویکرد را برای همهٔ چندوجهی‌های غیرمتعامد به‌کار بردند. آن‌ها با حرکت از برش‌های «مفهومی» متناهی به نامتناهی، فرایندی را ایجاد کردند که با استفاده از مفهوم بی‌نهایت در ریاضیات، شیء مسطح‌شده‌ای را که به‌دنبالش بودند تولید کرد. نتیجه، مسئله را به‌گونه‌ای حل می‌کند که سایر محققانی را که درگیر این مسئله هستند، شگفت‌زده می‌کند.

جوزف اوروورک[16]، دانشمند حوزهٔ رایانه و ریاضی‌دان در کالج اسمیت که روی این مسئله کار کرده است، می‌گوید: «هرگز به ذهن من خطور نکرده بود که از تعداد بی‌نهایت خط‌چین استفاده کنم. آن‌ها معیارهای سازندهٔ یک راه حل را به روشی بسیار هوشمندانه تغییر دادند.» برای ریاضی‌دانان، روش اثبات جدید به‌همان اندازه که کارائی دارد، سؤال نیز ایجاد می‌کند. به‌عنوان مثال، آن‌ها هنوز هم دوست دارند بدانند که آیا می‌توان فقط با تعداد متناهی چین، چندوجهی را صاف کرد یا خیر. اریک دیمین این‌طور فکر می‌کند، اما خوش‌بینی او مبتنی بر یک حدس است. او می‌گوید: «همیشه احساس می‌کردم که این باید امکان‌پذیر باشد.» نتیجه، یک کنجکاوی جالب است، اما می‌تواند پیامدهای گسترده‌تری برای سایر مسائل هندسی داشته باشد. به‌عنوان مثال، اریک دیمین علاقه‌مند است تا روش بی‌نهایت تاکردن گروه خود را برای شکل‌های انتزاعی‌تر اِعمال کند. اوروورک اخیراً پیشنهاد کرد که تیم تحقیق کند که آیا آن‌ها می‌توانند از این روش برای مسطح‌کردن اجسام چهاربعدی به سه‌بعدی استفاده کنند یا خیر؟ این ایده‌ای است که احتمالاً حتی تا چند سال پیش، دور از دسترس به نظر می‌رسید، اما ایدهٔ بی‌نهایت بار تاکردن تاکنون یک نتیجه شگفت‌انگیز را به‌همراه داشته است. شاید بتواند نتیجه دیگری نیز تولید کند. اریک دیمین می‌گوید: «همین نوع رویکرد ممکن است کارساز باشد. این قطعاً یک مسیر تحقیقاتی است.»

*Rachel Crowell, Father-Son Team Solves Geometry Problem With Infinite Folds, *Quanta Magazine*, 2022,

**دانشگاه گیلان

[14] cube lattice [15] Ku [16] Joseph O'Rourke