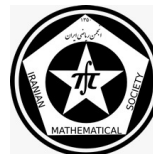


به نام خدا  
مسائل ریاضی انجمن ریاضی ایران  
مرداد ماه ۱۴۰۲



۱. فرض کنید  $A$  ماتریسی  $n \times n$  با درایه های صحیح باشد به طوری که نگاشت  $T : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{Z}^n$  با ضابطه  $T(X) = AX$  پوشا باشد. نشان دهید  $|\det(A)| = 1$ .
۲.  $X$  یک زیرمجموعه از صفحه است به طوری که نمودار هر تابع  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  این مجموعه را در دقیقاً ۱۴۰۲ نقطه قطع می کند. نشان دهید  $X$  اجتماع ۱۴۰۲ خط موازی محور  $y$  ها است.
۳. دایره توپر به شعاع یک را در نظر بگیرید. کمترین مقدار  $a$  را به گونه ای تعیین نمایید که با سه دایره توپر به شعاع  $a$  بتوان دایره واحد به شعاع یک را پوشاند.
۴. فرض کنید  $n > 1$  عددی طبیعی باشد که  $\gcd(n, 6) = 1$ . فرض کنید  $a_1, \dots, a_m$  همه اعداد طبیعی کوچکتر از  $n$  باشند که نسبت به  $n$  اول هستند. نشان دهید  $\sum_{1 \leq i < j \leq m} a_i a_j$  بر  $n$  بخش پذیر است.
۵. همه اعداد حقیقی مثبت  $\alpha$  را بیابید که دنباله  $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$  از اعداد حقیقی مثبت موجود باشد به گونه ای که  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{t_n}{3^n}$  همگرا باشد و برای هر  $n \in \mathbb{N}$  داشته باشیم  
$$t_{n+1} > (t_1 + t_2 + \dots + t_n)^\alpha.$$
۶. فرض کنید  $R$  یک حوزه صحیح باشد به طوری که هر چند جمله ای تکین در  $R[x]$  دارای ریشه ای در  $R$  است. اگر  $P$  و  $Q$  دو ایده آل در  $R$  باشد و  $ab \in P+Q$ ، نشان دهید  $a \in P+Q$  یا  $b \in P+Q$ .

منبع سوالات، سوالات انتخاب نشده توسط سرپرستان در مسابقات ریاضی ایران در سال ۱۴۰۲ می باشد. لطفاً پاسخ هر پرسش را تایپ کنید یا به صورت کاملاً خوانا بنویسید و تصویر واضح آن را در قالب فایل pdf به همراه مشخصات خود حداکثر تا پایان مهر ماه ۱۴۰۲ به نشانی زیر ارسال فرمایید.

mathematicalmonthly@gmail.com

موفق باشید.