حل کنندهٔ سخت‌ترین مسئله‌های سادهٔ نظریهٔ اعداد

حسن ملکی، حامد رضایی و مهدی ورمزیار *

چکیده

در راه کسب نشان فیلدز، «جیمز مینارد[1]» توانست از راهی میان مسئله‌های ساده دربارهٔ اعداد اول که قرن‌ها ریاضی‌دانان را زمین‌گیر کرده بود، عبور کند.

جیمز مینارد خارج از خانه در آکسفورد، انگلیس

در سال ۲۰۱۳، یکی از بهترین و در عین حال یکی از بدترین اتفاقاتی که ممکن است برای یک ریاضی‌دان بیفتد برای جیمز مینارد رخ داد. او که تازه از دورهٔ دکتری دانش‌آموخته شده بود، توانست یکی از قدیمی‌ترین و مهم‌ترین مسئله‌های ریاضی در مورد فاصلهٔ اعداد اول را حل کند. حل این مسئله دستاوردی بزرگ بود که حتی فراتر از دنیای محصور تحقیقات ریاضی محض شهرت جهانی را برای او به ارمغان آورد. تنها یک مشکل وجود داشت: یک ریاضی‌دان دیگر چند ماه قبل با استفاده از روشی کاملاً متفاوت، جذاب‌ترین بخش نتیجهٔ مینارد را ثابت کرده بود. با این همه، ریاضی‌دانان حوزهٔ نظریهٔ اعداد، مینارد و فعالیت‌هایش را با دقت مورد توجه قرار دادند چرا که تعداد کمی از دانش‌آموختگان جدید دکترای ریاضی تا این حد جسور هستند که با چنین مسئله‌ای خود را درگیر کنند، چه رسد به حل آن. در سال‌های بعد، مینارد امیدها و انتظاراتی که از وی داشتند را برآورده کرد و مسئله‌های اساسی و مهم را یکی پس از دیگری به زانو درآورد.

جیمز مینارد، ریاضی‌دان ۳۵ ساله که هم‌اکنون استاد دانشگاه آکسفورد است، جایزهٔ معتبر فیلدز را به‌دلیل «دستاوردهای چشمگیرش در نظریهٔ اعداد» دریافت کرد. روش ابتکاری وی منجر به پیشرفت‌های شگفت‌انگیزی در مورد مسائل مهمی شده است که به‌نظر می‌رسد با تکنیک‌های کنونی حل نمی‌شوند.

مینارد، که در ماه ژانویهٔ سال ۲۰۲۲ از کسب نشان فیلدز خود آگاه شد، می‌گوید: «اصلاً انتظار دریافت جایزه را نداشتم و هنوز خود را فردی می‌دانم که تنها اندکی در دنیای ریاضیات غوطه‌ور شده است. من اغلب از کارهای مدال‌آوران پیشینِ فیلدز الهام گرفته‌ام. قرار گرفتن ناگهانی در این فهرست در کنار اسطوره‌هایی که در دوران کودکی الهام‌بخش من بودند، باورنکردنی اما بی‌نهایت رویایی و خوشحال کننده است.»

نشان‌های فیلدز، بقیهٔ دوران علمی و تحقیقاتی برندگان این نشان را تحت تاثیر خود در می‌آورد، اما مینارد امیدوار است که زندگی تحقیقاتی او تغییر زیادی نکند. او می‌گوید: «همچنان روی مسائل نظریهٔ اعداد کار می‌کنم و به این چالش‌ها علاقه‌مند هستم.»

مسئلهٔ اخیر، منتج به یک رشته از تحقیقات شامل سه مقاله در مورد نحوهٔ توزیع اعداد اول روی محور اعداد شده است. به غیر از اعداد ۲ و ۵، همه اعداد اول به ۱، ۳، ۷ یا ۹ ختم می‌شوند. بنابراین، می‌توان چهار سطل را با این ارقام شماره‌گذاری کرد و سپس هر عدد اول را در سطل مربوط به آن قرار داد. ریاضی‌دانان مدت‌هاست می‌دانند که سطل‌ها در نهایت تقریباً به یک میزان، اعداد اول دارند و این نه‌تنها در مبنای ۱۰ بلکه در هر مبنایی برقرار است. با این حال، چیزی که ریاضی‌دانان نمی‌دانند این است که سطل‌ها با چه سرعتی شروع به پر شدن می‌کنند، سؤالی که جواب آن راهگشای بسیاری از سؤالات اصلی دیگر در مورد پراکندگی اعداد اول است.

مینارد نشان داد که برای بسیاری از مبناها، سطل‌ها سریع‌تر از یک کرانِ سرعت شناخته‌شده که قبلاً ریاضی‌دانان با آن دست و پنجه نرم کرده بودند، پر می‌شوند. کانان سوندارارجان[2] استاد ریاضی دانشگاه استنفورد در مراسم اهدای نشان فیلدز در هلسینکی در سخنرانی ستایش‌آمیزشی دربارهٔ کارهای مینارد، گفت: «این مقالات به لحاظ فنی دستاوردهای واقعاً چشمگیری هستند.»

برای بسیاری از ریاضی‌دانان، کسب نشان فیلدز یکی از بهترین لحظات زندگی آن‌هاست. اما برای مینارد، این جایزه حتی می‌تواند به عنوان «مهم‌ترین رویداد هفته» نیز به حساب آید چرا که او و همسرش، النور گرانت[3]، منتظر تولد اولین فرزندشان در چند روز آینده هستند و به مینارد فرصت کافی برای گردش سریع در هلسینکی را می‌دهند. او می‌گوید: «خیلی چیزها در حال تغییر هستند.»

[1] James Maynard [2] Kannan Soundararajan [3] Eleanor Grant

سؤالات سخت با ظاهری ساده

هنگامی که جیمز مینارد سه ساله بود، یک مراقب سلامت به خانه او در چلمزفورد[4]، در شمال شرقی لندن آمد تا وضعیت سلامتی و رشد او را بررسی کند. این بازدیدها برای کودکان خردسال معمول است و مراقب سلامتِ او یک سری آزمایش معمول برای او انجام داد. تنها یک مشکل وجود داشت: مینارد فکر می‌کرد آن‌ها احمق هستند.

زمانی که مراقب سلامت به مینارد یک جدول مرتب‌سازی اشکال داد، او عمداً شکل‌ها را به ترتیب شگفت‌انگیزی قرار داد، سپس به صورت مفصلی توضیح داد که چرا راه‌حل او جالب‌تر از راه حل مراقب سلامت است. مادرش، گیل مینارد[5]، در ایمیلی می‌گوید وقتی از مینارد پرسید که گاو در مزرعه اسباب‌بازی‌اش چه نوع حیوانی است، او واقعاً از گفتن این که آن حیوان «گوسفند-گوسفند» است و تماشای عکس‌العمل او لذت می‌برد. وقتی پسرش از زمان طولانی ارزیابی خسته شده بود، گفت که دیگر وقت تمام شده است و اسباب‌بازی‌هایش را بیرون آورد.

مینارد در تحقیقات نظریهٔ اعداد خود از ایده‌های احتمالاتی استفاده می‌کند

گیل مینارد در مصاحبه‌ای می‌گوید: «خیلی خاطره‌انگیز بود، یک کودک سه‌ساله این زن بیچاره را ضایع کرد.» مراقب سلامت به مادرش می‌گوید که جیمز نظم و انضباط ندارد و اگر به همین منوال ادامه دهد، در مدرسه با مشکلات واقعی مواجه خواهد شد. داستان‌های مشابهی در طول سال‌های مدرسه مینارد رخ داد. معلم فیزیکش از یک روال نمره‌گذاری استفاده می‌کرد که مینارد فکر می‌کرد مضحک است: پاسخ‌های صحیح بدون توضیح یا بدون ذکر واحدهای اندازه‌گیری، تنها یک‌سوم نمره را کسب می‌کردند. مینارد در اعتراض به این روش، جواب همهٔ سؤال‌ها را بدون توضیح می‌نویسد، آن‌ها همگی درست بودند با این حال او ۳۳ درصد نمرهٔ کل را کسب می‌کند. مینارد می‌گوید: «فکر می‌کنم احتمالاً معلم‌ها از من خسته شده بودند، زیرا من یکی از آن بچه‌هایی بودم که همیشه سؤال می‌پرسیدم، مدام می‌گفتم چرا؟ چرا؟ چرا؟ او سال‌های مدرسه‌اش را به همین شیوه سپری می‌کند: «می‌خواستم کار خودم را انجام دهم، یا حداقل می‌خواستم برای همهٔ مسائل توجیه داشته باشم و علت‌ها را بدانم.» بنابراین باعث تعجب نیست که در سال ۲۰۱۳، مینارد ۲۶ ساله که به تازگی از دورهٔ دکترا فارغ التحصیل شده بود، در پاسخ به هشدار مشاور دورهٔ پسادکتری‌اش دربارهٔ کار بر روی مسئله‌ای که یکی از اساسی‌ترین سؤالات در مورد اعداد اول بود، تنها شانه‌هایش را بالا بیندازد! اندرو گرانویل[6]، استادِ مینارد در دانشگاه مونترال در آن زمان، می‌گوید: من به نوعی به او گفتم امیدوارم تمام‌وقت روی این مسئله کار نکنید، زیرا کاملاً مطمئن هستم که شکست خواهید خورد. دیمیتریس کوکولوپولوس[7] از دانشگاه مونترال می‌گوید اما مینارد «بسیار جسور» بود، فقط نشست و گفت: «باشه، اجازه بدهید تلاش خودم را بکنم و ببینم به کجا می‌رسم.» بن گرین[8] استاد ریاضی محض در دانشگاه آکسفورد می‌گوید: قضیه‌ای که او اثبات کرد باعث شد یک بازنگری اساسی دربارهٔ نحوهٔ تفکر ریاضی‌دانان دربارهٔ فاصلهٔ بین اعداد اول ایجاد کند.

مینارد به سمت سؤالاتی در مورد اعداد اول کشیده شد که آن‌قدر ساده هستند که می‌توان آن‌ها را برای یک دانش‌آموز دبیرستانی توضیح داد و در عین حال این سؤالات به اندازه‌ای سخت هستند که قرن‌ها ریاضی‌دانان را خسته و کلافه کرده است. او می‌گوید: «چیزی که در این مسائل برای من بسیار بسیار جذاب است، تضاد بین سادگی و مهم بودن و همچنین اسرارآمیز بودن آن‌هاست.» چنین سؤالاتی فراوان هستند، اما در حال حاضر این دست سؤالات کمتر از زمانی است که مینارد شروع به کار روی آن‌ها کرد. زیرا موفقیت اولیهٔ او تنها حل یک مسئله نبود، بلکه اولین دستاورد از سری اکتشافات در مورد اعداد اول و ساختارهای مرتبط با آن بود. در حال حاضر مینارد به‌عنوان یکی از نظریه‌پردازان پیشرو اعداد در جهان شناخته می‌شود. گرین می‌گوید: مینارد برای تبدیل شدن به یک ریاضی‌دان برجسته و شناخته‌شدهٔ جهانی «مسیر صعودی با شیب بسیار تندی» را طی کرده است. گرانویل که در حال نوشتن کتابی در زمینهٔ نظریهٔ تحلیلی اعداد است، می‌گوید که مینارد سرعت نگارش کتابش را بسیار کُند کرده است زیرا به‌خاطر دستاوردهای او مجبور شده است حدود ۱۵۰ صفحه به کتابش اضافه کند.

جرقه‌های کوچک

در ژانویهٔ ۲۰۲۰، من در کنار مینارد در نشست مشترک ریاضیات در دنور[9] که او برای دریافت جایزهٔ فرانک نلسون کول[10] در نظریهٔ اعداد آمده بود، نشستم. با اینکه این جایزه به‌طور رسمی برای یک مقالهٔ

[4]Chelmsford [5]Gill Maynard [6]Andrew Granville [7]Dimitris Koukoulopoulos [8]Ben Green [9]Denver [10] Frank Nelson Cole Prize

قابل‌توجه اعطا می‌شود، در مورد مینارد، کمیتهٔ اعطاکنندگانِ جایزه نتوانست از استناد به سه مقاله که همهٔ آن‌ها در مجلات برتر ریاضیات به چاپ رسیده بودند، مقاومت کند. او برای سفر به دنور تنها یک روز و نیم را اختصاص داده بود، اگرچه ما فقط یک ساعت پس از ورودش به بریتانیا، وی را ملاقات کردیم، شور و اشتیاقی داشت و با لبخندی که صورت باریک و پسرانه‌اش را گردتر نشان می‌داد، گفت: «هنوز بدنم داره آدرنالین ترشح می‌کنه، و برای همین دچار خستگی و کوفتگی سفر نشدم.» او در طول مکالمهٔ ما به‌راحتی لبخند می‌زد، به‌جز زمانی که باید برای گرفتن عکس‌های آنی ژست می‌گرفت. او با نیشخندی گفت: مردم می‌گویند من نمی‌توانم لبخندی مناسب در عکس‌ها داشته باشم. با وجود محدودیت وقت، مینارد قصد داشت در شهر چرخی بزند و عکس بگیرد. او چند سال پیش عکاسی را شروع کرد تا با شهرهایی که برای کار به آن‌ها سفر می‌کند ارتباط بیشتری برقرار کند، اگرچه این کار به یک عادت تبدیل شده است. او گفت: «من در تابستان به هنگ‌کنگ رفتم و در سپیده‌دم در حال پیاده‌روی برای گرفتن عکس با سه‌پایه بودم و گاهی به‌طور معمول سوژه‌ای جز مناظر صبحگاهی نداشتم.» مینارد همیشه این‌گونه علاقه‌مندی‌ها را داشته است و در کودکی به موضوعات جذابی مانند دایناسورها، زمین‌شناسی و نجوم سرک کشیده است. او گفت: «من باید به زمینه‌ای به شدت علاقه‌مند باشم و میانه‌رو نیستم، در غیر این صورت آن را کاملاً کنار می‌گذارم.» پدرش، کریس مینارد[11] می‌گوید: «هنگامی که جیمز به موضوعی علاقه‌مند می‌شود، تا زمانی که تمام توانش را در این زمینه به‌کار نبندد، متوقف نمی‌شود.» اما او هنوز در ریاضیات به آن نقطه نرسیده است و این چیزی است که او را در مسیری خاص هدایت می‌کند. با وجود اینکه همهٔ افراد دیگر در خانوادهٔ مینارد به علوم انسانی گرایش داشتند ـ والدین او معلم زبان هستند و برادرش تاریخ خوانده است ـ او همیشه خود را در مسیری می‌دید که ریاضیات بیشترین جذابیت را برای او داشته است. مینارد می‌گوید: در هر مرحله، با توجه به احساسی که در آن زمان داشتم، تصور می‌کردم که مرحله بعدی واضح است. در مقطع کارشناسی ارشد در دانشگاه آکسفورد، قدرت تفکر خارق‌العادهٔ او در ریاضی آشکار شد. استاد او، راجر هیس-براون[12]، می‌گوید که: «در نیمهٔ دوم تحصیلات دکترا، جلسات آن‌ها بیشتر شبیه همکاری بود تا یک مشاوره و راهنمایی. من قبلاً چنین احساسی را با یک دانشجوی محقق نداشتم.»

زمانی که مینارد دانشگاه آکسفورد را برای یک دورهٔ یک‌ساله پسادکتری در دانشگاه مونترال ترک کرد، شروع به مطالعه روی پراکندگی اعداد اول کرد. با حرکت روی خط اعداد حقیقی، اعداد اول کمیاب‌تر می‌شوند. اما از برخی جهات آن‌ها نیز مانند مجموعه‌ای از اعداد تصادفی رفتار می‌کنند، بنابراین ریاضی‌دانان انتظار دارند که اغلب فاصله این اعداد بسیار نزدیک یا دورتر از حد میانگین باشد. یکی از معروف‌ترین سؤالات در ریاضیات حدس اعداد اول دوقلو[13] است که بیان می‌کند بی‌نهایت جفت از اعداد اول وجود دارد که تنها ۲ عدد با هم فاصله دارند، مانند ۱۱ و ۱۳. در مقاله‌ای متعلق به حدود یک دهه قبل روشی برای فیلتر کردن اعداد اول ارائه شده است، اما مینارد شک داشت که پیشرفت در درک پراکندگی اعداد اول با استفاده از این مقاله امکان‌پذیر باشد. با اینکه ریاضی‌دانان قبلاً این روش را به‌کار بسته بودند، اما مینارد فکر می‌کرد که باید بتوان نتایج بیشتری از آن به‌دست آورد. او گفت: «من به انجام محاسبات، شمارش‌ها و دریافت این نوع جرقه‌های کوچک ادامه دادم تا چیزی را کشف کنم. من کاملاً در این مسئله غرق شده بودم و واقعاً می‌خواستم به راهم ادامه دهم تا زمانی که بتوانم راهی برای توضیح آنچه دیده‌ام، پیدا کنم.» گرانویل، مشاور پسادکتری او، مینارد را از دنبال کردن این مسیر منصرف کرد. گرانویل گفت: «من اصلا باور نداشتم که تلاش‌های او می‌تواند مثمر به ثمر باشد. اما جیمز هرگز از این همه بدبینی من، ناامید و از ادامهٔ مسیر منصرف نشد. او فقط خندید.»

جیمز مینارد به کار روی اعداد اول علاقه دارد.

با شروع کسب دستاوردهای اولیهٔ مینارد، یک اتفاق غیرمنتظره، دنیای نظریهٔ اعداد را به‌لرزه درآورد. یك ریاضی‌دان گمنام به نام یتانگ ژانگ[14]، نه‌تنها حدس اعداد اول دوقلو را ثابت کرد، بلکه نتایج ارزشمند دیگری نیز به‌دست آورد. او نشان داد بی‌نهایت جفت عدد اول وجود دارد که حداکثر فاصلهٔ کرانداری از هم دارند (به‌طوردقیق، ۷۰ میلیون). این یافته‌ها در قالب چند پیشنهاد کاری (از جمله یکی از دانشگاه کالیفرنیا، سانتا باربارا، جایی که او اکنون در آن دانشکده حضور دارد)، سخنرانی‌ها، اخبار و حتی یک فیلم مستند، شهرت و افتخار را برای ژانگ به ارمغان آورد. در همین حال، مینارد به

[11] Chris Maynard [12] Roger Heath-Brown [13] Twin primes conjecture [14] Yitang Zhang

تحقیقات خود برای درک شکاف‌های اعداد اول ادامه داد و حدود شش ماه بعد، با بینش روشن و قویِ خود، به نتایجی کاملاً مستقل و حتی قدرتمندتر از ژانگ رسید. او نشان داد بی‌نهایت جفت از اعداد اول وجود دارد که حداکثر ۶۰۰ عدد با هم تفاوت دارند. نتایج مینارد نه‌تنها برای یک جفت از اعداد اول، بلکه برای مجموعه‌های سه‌گانه، چهارگانه و بزرگ‌تر (با کران‌های متفاوت برای هرکدام) برقرار است. سونداراراجان گفت: «این نتایج، بیش از حد عالی و بی‌نهایت شگفت‌انگیز است که تصور اثبات آن رویایی و جادویی به‌نظر می‌رسد.» هنگامی که مینارد برای اولین‌بار نتایج را به‌دست آورد، سرخوشی حاصل از موفقیتش به‌سرعت با موجی از ترس همراه شد. «نکند جایی در اثبات، اشتباه واضحی داشته‌ام!» خوشبختانه، او گفت: «وقتی یک لحظه از اشتباه بودن نتیجه‌ام وحشت می‌کنم، احساس می‌کنم بسیار پربارتر کار می‌کنم. هیچ‌چیز به اندازهٔ ترس مرا مصمم نمی‌کند که بهتر کار کنم.» گرانویل اصرار داشت که مینارد حین نوشتن نتیجهٔ خود، تمام جزئیات را بادقت بررسی کند. او به مینارد گفت: «هیچ‌کس دستاوردهای شما را به‌راحتی باور نخواهد کرد، زیرا کسی تاکنون نام شما را نشنیده است. باید آن‌قدر اثبات‌ها را خوب بنویسی که کسی نتواند در آن شک کند. سونداراراجان گفت که نتیجهٔ نهایی، یک اثبات «کاملاً خارق‌العاده» بود. در نزدیکی پایان این تحقیقات، اتفاقی افتاد که ممکن است به راحتی در دل یک ریاضی‌دان جوان وحشت بیاندازد: مینارد و گرانویل به‌طور محرمانه متوجه شدند که ریاضی‌دانِ دیگری در همان بازهٔ زمانی اساساً به همین نتیجه رسیده است. البته نه هر ریاضی‌دانی، بلکه یکی از پرکارترین و معتبرترین ریاضی‌دانان دنیا، ترنس تائو [15] برندهٔ نشان فیلدز، از دانشگاه کالیفرنیا، لس آنجلس. این مسئله زمانی توجهٔ تائو را به خود جلب کرد که او و دیگر ریاضی‌دانان با یکدیگر همکاری گسترده‌ای برای کاهش کران ۷۰ میلیونی در اثبات ژانگ را آغاز کردند. تائو از نتیجهٔ جدید خود، غرق در حس غرور بود تا وقتی که فهمید یک جوان ۲۶ سالهٔ کمترشناخته‌شده، همین مسئله را ثابت کرده است. تائو گفت: «صادقانه بگویم، اثباتی که مینارد برای مسئله ارائه داده است، نتیجه‌ای شفاف‌تر از کار من داشت و او گزاره‌هایی به نسبت قوی‌تر از کارهای من را ثابت کرد.» تائو سخاوتمندانه از اعلام کارش برای جلوگیری از تحت‌الشعاع قراردادن دستاوردهای چنین ریاضی‌دان جوانی خودداری کرد، زیرا می‌دانست که اگر او و مینارد مقالهٔ مشترکی بنویسند، بسیاری از ریاضی‌دانان تصور می‌کنند که تائو بخش عمده‌ای از کارِ خلاقانه را انجام داده است. به‌راحتی می‌توان جدول زمانی دیگری را تصور کرد که در آن ژانگ به جای شش ماه قبل، شش ماه پس از مینارد نتیجه خود را ثابت کند، در این صورت احتمالاً اکتشافات تائو به تعویق می‌افتاد یا به سادگی متوقف می‌شد. آنگاه تمام افتخار به جای ژانگ نصیب مینارد می‌شد. اما مینارد نسبت به اینکه اوضاع چگونه پیش می‌رود، حسادت نمی‌کند. او می‌گوید: «وقتی ژانگ نتیجه‌اش را ثابت کرد، کاملاً هیجان‌زده شدم. لذت اصلی من از حل مسئله است و برای همین من واقعاً به این فکر نکردم که سعی کنم این کار را کمی متفاوت‌تر از دیگران انجام دهم.»

یک بازی اصلی

مینارد اغلب ترجیح می‌دهد که از خانه تا محل کار بدون عینک قدم بزند. تاری ملایم به او کمک می کند تا روی ریاضیات تمرکز کند، اما گاهی باعث می‌شود که بدون شناخت همسرش، گرانت، که یک دکتر در آکسفورد است، دقیقاً از کنارش بگذرد. گرانت می‌گوید: «یک‌بار مینارد تصور می‌کرد که مرا دیده و شادمان از دیدن من به سراغ آن شخص رفته درحالی که هیچ شباهتی به من نداشته است.» مینارد از این لحاظ و چند خصوصیت دیگر با رفتار یکنواختِ برخی اساتیدِ حواس‌پرت مطابقت دارد. به‌عنوان مثال، او تقریباً همیشه یک سبک لباس می‌پوشد، یک پیراهن سفید یقه‌باز و شلوار جین. او می‌گوید: «بدیهی است که من پیرو مُد نیستم.» یک بار، به‌عنوان یک شوخی، همهٔ ریاضی‌دانانی که در یکی از سخنرانی‌های او شرکت کرده بودند، با لباس مینارد حاضر شدند. اما او همچنین بسیاری از رفتارهای یکنواخت و کلیشه‌ای مربوط به ریاضی‌دانان درون‌گرا را رد می‌کند. همکارانش او را گرم، سرگرم کننده و برون‌گرا می‌دانند. قبل از همه‌گیری کرونا، او با دانه‌های قهوه به محل کار می‌آمد و هر روز بعد از ناهار برای سایر نظریه‌پردازان اعداد، قهوه دم می‌کرد. هیس براون می‌گوید: هنگامی که چند سال پیش یک ترم را در مؤسسه تحقیقاتی علوم ریاضی در برکلی گذراند، خانه‌ای که با دو ریاضی‌دان جوان گرفته بود، «خانهٔ مهمانی» نام‌گذاری کرده بود، اگرچه مینارد آن را یک «خانهٔ مهمانی با استانداردهای ریاضی‌دانان» می‌داند.

گرانویل می‌گوید بسیاری از نسل جدیدِ نظریه‌پردازانِ اعداد، به‌خاطر مینارد اجتماعی‌تر هستند. او به‌نوعی مرکز و محور گروه است. پس از اینکه مینارد قضیهٔ خود را دربارهٔ شکاف‌های کوچک بین اعداد اول اثبات کرد، نظریه‌پردازانِ اعداد، سریع دست‌به‌کار شدند تا نوع نگاه عمیق او را در مسائل دیگر به‌کار گیرند. اما بزرگ‌ترین موفقیت در انجام این کار، تا به امروز، به دست خود مینارد انجام شده است، که با حدس‌هایی که در بیش از ۷۵ سال، پیشرفت چشمگیری

[15] Terence Tao [16] Large prime gaps

نداشته‌اند متوجه شد چگونه شکاف‌های اعداد اول بزرگ [۱۶] را نیز کشف کند. گرانویل می‌گوید: «تسلط مینارد روی روش خود به این صورت‌جدید، یکی از هوشمندانه‌ترین ترفندهایی بود که تا به حال در نظریهٔ اعداد دیده‌ام.»

ساندارا‌راجان در مورد نتایج مینارد دربارهٔ شکاف‌های اعداد اول کوچک و بزرگ می‌گوید: «من می‌توانم بگویم که هرکسی دو قضیه از این نوع را در تمام طول زندگی حرفه‌ای خود ثابت کند بسیار خوشحال خواهد شد، درحالی‌که مینارد این کار را بلافاصله پس از پایان دورهٔ دکترای خود انجام داده است. در نتیجه، این دستاوردها، فوق‌العاده قابل توجه است.»

از دیدی نگران‌کننده به داستان شکاف‌های کوچک، تائو بار دیگر تقریباً در همان زمان تا حدی به همان نتیجه رسید. اگرچه در به‌دست آوردن این نتایج با گرین و دو نویسندهٔ دیگر همکاری کرد. از آن زمان، تمایل مینارد و تائو برای دستیابی به نتایج مشابه به یک شوخی در جامعهٔ نظریهٔ اعداددانان تبدیل شده است. وقتی که تائو حدود دو سال بعد یک مسئلهٔ قدیمی دیگر نظریهٔ اعداد را حل کرد، گفت: «به یاد دارم که خیلی مضطرب و نگران بودم و مدام به اندرو گرانویل می‌گفتم امیدوارم این بار دیگر جیمز مرا نبرده باشد.»

از آن زمان، مینارد به جامعهٔ نظریهٔ اعداددانان شواهد زیادی ارائه کرده است که نشان می‌دهد او چیزی بیش از یک ریاضی‌دان مشهور جهان است. برای مثال، در سال ۲۰۱۹، او و کوکولوپولوس به یک سؤال تقریباً ۸۰ ساله به نام حدس دافین-شفر [۱۷] پاسخ دادند که می‌پرسد کدام مجموعه‌های نامتناهی از مقسوم‌علیه‌ها، کسرهایی را تولید می‌کنند که اعداد گنگ را به خوبی تقریب می‌زنند. گرانویل می‌گوید: «این مسئله همچون جامی مقدس در مکانی خاص بوده است. ... تقریب برای همیشه.»

چند سال پیش، مینارد به سؤالی در مورد اعداد اول که شاید در ظاهر ساده ولی در اثبات، سخت بود پاسخ داد. وی ثابت کرد که بی‌نهایت عدد اول وجود دارد که هیچ رقم ۷ (یا هر رقم دیگری که ممکن است انتخاب کنید) ندارند. زمانی که به اعداد اول کوچک نگاه کنید، اعداد بدون رقم ۷ فراوانند، اما وقتی شروع به نگاه کردن به اعداد مثلاً ۱۰۰۰ رقمی می‌کنید تقریباً کمیاب هستند، بنابراین، نشان دادن اینکه این مجموعه از اعداد پراکنده شامل بی‌نهایت عدد اول است، موضوع ساده‌ای نیست. هیس براون گفت: «این چیزی است که مردم برای مدتی طولانی در مورد آن شگفت‌زده بودند و هیچ کس به اثبات آن نزدیک نمی‌شد.»

این سؤال در مبناهای دیگر به جز ۱۰، منطقی است و مینارد مسئله را با ارائهٔ یک اثبات برای مبناهای بسیار بزرگ شروع کرد. هرچه مبنا بزرگ‌تر باشد، اثبات یک قضیه از این دست آسان‌تر است، زیرا اگر در یک مبنا با مثلاً یک میلیون عدد مختلف به‌جای فقط ۰ تا ۹ باشید، محدودیتی مانند «عددی بدون رقم ۷» تأثیر کمتری دارد. گرانویل گفت: «اثبات مینارد برای مبناهای بزرگ بسیار زیبا بود». اما مینارد وسواس زیادی برای اثبات قضیهٔ خود در مبنای متداول ۱۰ به خرج داد. او گفت: «مبنای ۱۰ تا حدی از نقطه‌نظر ریاضی دلخواه است، اما این مبنایی است که همه به‌طور معمول در زندگی روزمره در مورد آن صحبت می‌کنند.» با شروع از مبنای ۱،۰۰۰،۰۰۰ او مدام مبنا را کاهش داد. ابتدا به ۵۰۰۰، سپس ۱۰۰۰ و بعد از آن در مبنای ۱۰۰. او می‌گوید: «تقریباً به یک بازی با خودم تبدیل شد که چقدر می‌توانم استدلال پیچیده‌ای داشته باشم و این تقریباً شبیه ماشین‌های شرطبندی یا بازی‌های آنلاین بود که هر بار اندروفین کمی به شما می‌دهند.» او برای مدتی طولانی با مبنای ۱۲ درگیر بود، تا حدی که نگران بود کلیت مسئله از او دور شود. اما در نهایت او به مبنای ۱۰ رسید. او گفت: «خیلی خوشحال بودم که با هر سختی به خط پایان رسیدم و سپس اعلام پیروزی کردم.» مینارد برای رسیدن به مبنای ۱۰ مجبور به خلق انواع ایده‌های جدید بود. گرانویل می‌گوید: «این نشان‌دهنده توانمندی بی‌نظیر و فوق‌العاده قدرتمند او به‌عنوان یک ریاضی‌دان است.»

این فعالیت‌ها، در میان نظریه‌پردازانِ اعداد شور و هیجانی وصف نشدنی ایجاد کرده است. هیس براون می‌گوید: «مطمئن نیستم در حال حاضر فرد دیگری در نظریهٔ تحلیلی اعداد وجود داشته باشد که بتواند شور و انگیزهٔ بیشتری نسبت به جیمز مینارد ایجاد کند. همه از خود می‌پرسند، او در قدم‌های آتی چه خواهد کرد؟ به‌نظر می‌رسد هرچیزی ممکن است.»

منبع:

E. Klarreich, A Solver of the Hardest Easy Problems About Prime Numbers, Quanta magazine, July 5, 2022.

*دانشگاه ملایر

[17] Duffin-Schaeffer conjecture