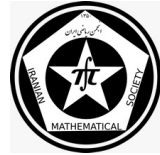


به نام خدا
مسائل دوماهانه ریاضی انجمن ریاضی ایران
خرداد ماه ۱۴۰۲



۱. فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد و برای هر $x, y \in \mathbb{R}$ داشته باشیم

$$|f(x) - f(y)| \geq |x - y|.$$

نشان دهید f پوشاست.

۲. فرض کنید G یک گروه و H زیر گروهی سره از آن باشد و $G \setminus H = \{x \in G : x \notin H\}$ مجموعه ای شمارا باشد. نشان دهید G شمارا است.

۳. فرض کنید V فضایی برداری از بعد $n > 1$ باشد و $T: V \rightarrow V$ یک تبدیل خطی پوچ توان باشد به طوری که $\text{rank}(T) = n - 1$. نشان دهید هیچ تبدیل خطی $S: V \rightarrow V$ وجود ندارد به طوری که $S^2 = V$.

۴. تمام اعداد اول p را تعیین نمایید به طوری که اعداد طبیعی x, y و n موجود باشند که $p^n = x^3 + y^3$.

۵. یک عدد از مجموعه اعداد $A = \{1, 2, \dots, 144\}$ انتخاب شده است. در هر مرحله می توان یک زیر مجموعه از A را انتخاب کرد و پرسید آیا عدد انتخاب شده در این مجموعه می باشد یا خیر. پاسخ بله دو دلار و پاسخ خیر یک دلار هزینه دارد. حداقل مقدار پول برای پیدا کردن عدد انتخاب شده چقدر است.

لطفاً پاسخ هر پرسش را تایپ کنید یا به صورت کاملاً خوانا بنویسید و تصویر واضح آن را در قالب فایل pdf به همراه مشخصات خود حداکثر تا پایان تیر ماه ۱۴۰۲ به نشانی زیر ارسال فرمایید.

mathematicalmonthly@gmail.com

موفق باشید.