

سرفصل مواد آزمون چهل و پنجمین مسابقه ریاضی دانشجویی ایران

ریاضیات عمومی

اعداد و دنباله‌ها (اعداد حقیقی، بسط اعشاری نامتناهی، اعداد گویا و گنگ، دنباله‌ها و حد دنباله‌ها) تابع، حد و پیوستگی (توابع ساده: چند جمله‌ای‌ها، توابع مثلثاتی، حد، پیوستگی، حد چپ و راست، حد بینهایت و حد در بینهایت، حد و پیوستگی توابع چند متغیره)، مشتق (مفهوم جبری و هندسی مشتق، دستورهای مشتق گیری، قاعده زنجیره‌ای، تابع معکوس و مشتق آن، مشتق توابع مثلثاتی و توابع معکوس آنها، قضیه رُل، قضیه میانگین، مشتق و مسائل ماکزیمم و مینیمم، چند جمله‌ای‌های تیلور، باقی مانده تیلور) انتگرال (مفهوم انتگرال، قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال، انتگرال‌های معین و نامعین، انتگرال گیری جزء به جزء، فرمول تعویض متغیر، انتگرال توابع گویا، تابع لگاریتم، تابع نمایی، توابع هذلولوی، روش‌های تقریب انتگرال، انتگرال ناسره، کاربرد انتگرال در محاسبه سطح و حجم، مختصات قطبی)، سری‌ها (سری‌های عددی و مفهوم همگرایی، سری هندسی، سری توانی، آزمون‌های همگرایی: مقایسه، نسبت، ریشه، انتگرال سری‌های توانی، سری تیلور)

ترکیبات و ریاضیات گسسته

شمارش (تبدیل‌ها و ترکیب‌ها، جایگشت‌ها ضرایب دو جمله‌ای، اصل شمول و عدم شمول روابط بازگشتی، توابع مولد) گراف (مسیر، دور، درجه، گراف کامل، گراف دوبخشی، گراف جهت‌دار و تورنمنت‌ها، گراف‌های اویلری و هامیلتونی) روش‌های اثبات (اصل لانه کبوتری، استقرا، دوگانه شماری)

نظریه اعداد

بخش پذیری، الگوریتم تقسیم، اعداد اول و مرکب، قضیه اساسی حساب، بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک، الگوریتم اقلیدس، معادله‌های سیاله خطی و دیگر معادلات مقدماتی، همنهشتی‌ها، قضیه باقیمانده چینی، قضیه کوچک فرما، قضیه اویلر، قضیه ویلسون، رتبه ضریبی، ریشه‌های اولیه و وجود آنها، توابع حسابی، توابع ضریبی، تعداد و مجموع مقسوم علیه‌ها، تابع مویوس، تابع اویلر، اعداد تام، مانده‌ها و نامانده‌های مربعی، قانون تقابل مربعی، فرض برتراند، سه‌تایی‌های فیثاغورثی.

احتمال

اصول احتمال (فضای نمونه، پیشامدها، تابع احتمال، اصول موضوع و نتایج اولیه آن، پیوستگی تابع احتمال) احتمال شرطی و استقلال (مفهوم احتمال شرطی، قانون احتمال کل، فرمول بیز، مفهوم استقلال)،

متغیرهای تصادفی (مفهوم متغیر تصادفی، تابع توزیع، متغیرهای تصادفی گسسته و پیوسته، تابع احتمال و تابع چگالی احتمال) توزیع‌های خاص (توزیع‌های گسسته خاص: برنولی، دو جمله‌ای، هندسی، پواسون، توزیع‌های پیوسته خاص: یکنواخت، نمایی، نرمال) امید ریاضی و واریانس (مفهوم امید ریاضی، امید ریاضی متغیرهای تصادفی پیوسته و گسسته، امید ریاضی تابعی از یک متغیر تصادفی، خطی بودن امید ریاضی)

جبر

گروه وار، نیم گروه، گروه، زیرگروه، مرکز گروه، گروه‌های جایگشتی و دووجهی، قضیه لاگرانژ و نتایج آن، همریختی، یکرختی و قضایای آن در گروه‌ها، ضرب و هم ضرب مستقیم، زیرگروه‌های نرمال و گروه خارج قسمتی، گروه‌های دوری و ویژگی‌های آنها، زیرگروه مشتق (جابجاگر) حلقه‌ها (مثال‌ها و ویژگی‌های مقدماتی)، زیرحلقه، مرکز حلقه، ایدآل (چپ، راست، دوطرفه، جمع و ضرب ایدآل‌ها) حلقه خارج قسمتی، همریختی، یکرختی و قضایای آن در حلقه‌ها، حلقه‌های چند جمله‌ای و سری‌های توانی، حلقه چهارگان‌های همیلتونی و حلقه‌های ماتریسی، ایدآل اول، ایدآل ماکسیمال (چپ، راست، دوطرفه)، خواص اعضای یک حلقه، (خودتوان، پوچ توان، معکوس پذیر، مقسوم علیه صفر)، حلقه‌های تقسیم، دامنه‌های صحیح و دامنه‌های ایدآل‌های اصلی. مشخصه حلقه، قضیه باقیمانده چینی.

جبر خطی

دستگاه‌ها، هم ارزی سطری و ستونی، درمینان (تعریف، محاسبه و ویژگی‌های آن)، ماتریس‌های معکوس پذیر، قضیه کیلی – همیلتون، فضای برداری، بعد و استقلال خطی، زیرفضا، خارج قسمت، جمع مستقیم، تبدیلات خطی و قضایای یکرختی، ماتریس یک تبدیل خطی، رتبه ماتریس و تبدیل خطی، تغییر پایه، بردار و مقدار ویژه یک ماتریس و تبدیل خطی، چند جمله‌ای مینیمال ماتریس و تبدیل خطی.

آنالیز ریاضی

میدان اعداد حقیقی

مجموعه اعداد حقیقی به عنوان یک میدان مرتب کامل، مفاهیم شمارایی و ناشمارایی، ناشمارا بودن اعداد حقیقی، تعریف و خواص زیرینه (سوپریمم) و زیرینه (اینفیمم)، قضیه بازه‌های بسته تو در تو، معرفی مجموعه کانتور و برخی خواص آن (مانند ناشمارایی، فشردگی، کاملاً ناهم‌بندی)، اصل کمال.

دنباله‌های حقیقی

تعریف هم‌گرایی و دنباله‌های یک نوا و قضیه‌های مربوط به هم‌گرایی آن‌ها، تعریف و خواص حد بالایی و حد پایینی و ارتباط آن با حد، خاصیت کوشی برای دنباله‌ها، تعریف زیردنباله و قضیه بولزانو و ایراشتراوس.

سری‌های حقیقی

آزمون‌های هم‌گرایی (مانند آزمون نسبت و آزمون ریشه، سری‌های متناوب، محک کوشی)، سری‌های معروف (مانند سری نمایی، هارمونیک و ...) هم‌گرایی مطلق و قضایای مربوط به پراترگذارگی و تجدید آرایش سری‌ها.

توابع حقیقی

حد توابع، حد یک‌طرفه، پیوستگی و انواع ناپیوستگی، قضیه مقدار میانی، پیوستگی یکنواخت، ترکیب توابع پیوسته، خواص مقدماتی توابع یک‌نوا و قضایای مربوط به وارون توابع پیوسته یک‌نوا.

مشتق توابع حقیقی

تعریف مشتق و قضایای ابتدایی (مانند خطی بودن، صعودی بودن، فرمول مشتق حاصل ضرب، قاعده زنجیره‌ای و مشتق تابع وارون)، قضیه مقدار میانگین، قضیه مقدار میانگین تعمیم‌یافته، قضایای هوییتال، چندجمله‌ای‌های تیلور و قضایای مقدماتی مربوط به آن.

انتگرال ریمان

تعریف انتگرال‌پذیری ریمان و خواص ابتدایی آن (مانند خطی بودن، جمع‌ی بودن روی بازه انتگرال‌گیری، صعودی بودن)، روش‌های انتگرال‌گیری (مانند تعویض متغیر، جزء به جزء و تجزیه کسرها)، انتگرال‌پذیر بودن توابع قطعه قطعه پیوسته، قضیه رُل، قضیه مقدار میانگین انتگرالی، قضیه اساسی حسابان، انتگرال‌های ناسره.

توابع خاص

چندجمله‌ای‌ها، توابع گویا، توابع مثلثاتی، توابع نمایی، توابع هذلولوی و ترکیب و وارون آن‌ها.

فضاهای متریک

تعریف فضای متریک، مفاهیم ابتدایی فضای متریک (مانند هم‌گرایی دنباله‌ها، مجموعه باز، مجموعه بسته، فشردگی و هم‌بندی)، محک کوشی برای هم‌گرایی، حدود توابع، قضایای حد، توابع پیوسته، ترکیب توابع

پیوسته، پیوستگی یکنواخت، تعریف فضای کامل، قضایای فشردگی و کمال در فضای اقلیدسی، ماکزیمم و مینیمم توابع پیوسته حقیقی روی فضاهای فشرده، تعمیم قضیه مقدار میانی برای توابع پیوسته حقیقی با دامنه همبند.

دنباله‌ها و سری‌های تابعی

تعریف هم‌گرایی نقطه‌ای برای دنباله‌ها و سری‌های تابعی، سری نمایی و سری تیلور، شعاع همگرایی سری نمایی، قضایای مقدماتی برای همگرایی سری تیلور، تعریف تابع تحلیلی حقیقی، سری تیلور برخی توابع خاص (مانند توابع نمایی، توابع مثلثاتی و توابع هذلولوی). (همان‌طور که ملاحظه می‌شود «همگرایی یکنواخت» جزو مباحث پیشنهادی برای مسابقه نیست.)

توابع مختلط

میدان اعداد مختلط، نمایش هندسی اعداد مختلط، توابع مقدماتی و خواص نگاشتی آنها، توابع تحلیلی و معادلات کوشی ریمان، مقدمات توابع همساز، انتگرال‌گیری مختلط، قضیه و فرمول انتگرال کوشی و کاربردهای آن، قضیه اساسی جبر، سری‌های توانی، سری تیلور، قضیه ماکسیمم کالبد، تکین‌ها و صفرها، قضیهٔ روزه، قضیهٔ هرویتس، قضیهٔ نگاشت باز ریمان، سری لوران، حساب مانده‌ها و کاربرد آن در محاسبهٔ انتگرال حقیقی، قضیهٔ لیوویل.

بیژن احمدی کاکاوندی

رئیس کمیته علمی مسابقات ریاضی دانشجویی کشور