

## روز ۱۴ مارس، روز جهانی عدد $\pi$

یکی از ثابت های عددی که در بسیاری از فرمول ها و قضایای ریاضی ظاهر می شود عدد پی است. استفاده از این عدد برای توصیف دوره تناوب توابع مثلثاتی تا استفاده از آن برای محاسبه ضرایب فوریه توابع متناوب، برای بیان «نامساوی محیطی» تا قضیه «گائوس-بونه»، از نقش آن در توابع مختلط برای بیان عدد چرخشی تا اتحاد ساده ولی خارق العاده  $e^{\pi i} = -1$ ، از نقش آن در حساب احتمالات برای بیان تابع توزیع احتمال نرمال تا استفاده از آن برای توصیف پدیده های تصادفی، از احتمال نسبت به هم اول بودن دو عدد طبیعی، از تعیین دوره تناوب یک آونگ تا استفاده از آن برای بیان اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، از کاربرد آن در مکانیک و الکترومغناطیس، استفاده از محاسبات مربوط به بسط اعشاری این عدد برای آزمون معماری کامپیوترها و مقایسه زمان محاسبه آن بر روی دو کامپیوتر مشابه برای انتخاب کامپیوتر کارآمدتر و تا تعداد پرشمار دیگر فرمول های ریاضی، فیزیکی، مهندسی و ... همگی نشان از اهمیت بالای این عدد دارد.

اما این عدد پرکاربرد و مهم چیست و چه خواصی دارد؟ نشان داده می شود هیچ عدد طبیعی  $n$  نمی توان پیدا کرد به طوری که  $n \cdot \pi$  یک عدد طبیعی باشد. حتی هیچ چندجمله ای با ضرایب صحیح نمی توان پیدا کرد به طوری که  $\pi$  یک ریشه آن باشد. با اثبات این خاصیت توسط لیندمان در ۱۸۸۲، نشان داده شده که مسأله مطرح شده توسط اقلیدس که آیا می توان با خط کش غیرمدرج و پرگار، مربعی ساخت که مساحت آن برابر مساحت دایره باشد، پاسخی منفی گرفت. مهم تر از آن، به نظر می رسد بسط اعشاری این عدد از هیچ الگوی خاصی پیروی نمی کند.

رایج ترین تقریبی که از این عدد وجود دارد، و برای بسیاری مقاصد محاسباتی کفایت می کند برابر

$$\pi \approx 3.14159$$

است. این نمایش انگیزه ای شد تا برخی آدم های خوش فکر، پیشنهاد دهند برای بحث و گفتگوی بیشتر و عمومی تر در باره این ثابت پراهمیت، روز ۱۴ ماه سوم هر سال میلادی در ساعت ۱.۵۹ جشنی برپا شود و با بیان خواص پرشمار عدد  $\pi$  نقش و اهمیت آن در زندگی روزمره بشر را برجسته تر نمایند.

طبق اسناد تاریخی موجود، این عدد برای اولین بار در بیش از ۲۰۰۰ سال قبل از میلاد مسیح، توسط

بابلیان و مصریان به عنوان نسبت محیط دایره به قطر آن معرفی گردید و در محاسبات مقدار تقریبی ۳ برای آن در نظر گرفته می‌شد. اما رفته رفته تلاش برای تعیین مقدار واقعی آن توجه بسیاری را به خود جلب کرد. در ۶۰۰ سال قبل از میلاد مسیح، فیثاغورثیان به این واقعیت پی برده بودند که نسبت مساحت دایره به مجذور شعاع آن نیز عددی ثابت است و تلاش داشتند مربعی هم مساحت با آن بسازند. این دو واقعیت سبب شده بود تا افلاطون، اقلیدس و برخی ریاضی دانان هم دوره آنها، از طریق محاسبه محیط و مساحت چندضلعی‌های محاطی و محیطی یک دایره مقدار تقریبی این دو ثابت را به دست آورند.

برای اولین بار، ارشمیدس، در حدود ۲۵۰ سال قبل از میلاد مسیح نه تنها نشان داد که این دو ثابت یکی هستند، بلکه از طریق محاسبه مساحت‌ها و محیط‌های ۶ ضلعی‌های منتظم محیطی و محاطی یک دایره، و بعد چهار بار با دوبرابر کردن تعداد اضلاع این چند ضلعی‌ها تا ۹۶ ضلعی منتظم و محاسبه مساحت‌ها و محیط‌های چندضلعی‌های حاصل، یک کران بالای  $3\frac{1}{4}$  و یک کران پایین  $3\frac{1}{8}$  برای این نسبت ثابت تعیین کرد و مقدار تقریبی ۳.۱۴۱۸ را برای آن به دست داد. بعد از ارشمیدس، این تلاش‌ها تا به امروز ادامه پیدا کرده است. محمد خوارزمی موفق شد عدد ۳.۱۴۱۶ را به دست آورد. غیاث‌الدین کاشانی تا ۱۴ رقم اعشار این عدد را محاسبه نمود.

با پیدایش حساب دیفرانسیل و انتگرال توسط نیوتن، روش‌های محاسبه این عدد تحولی کلی پیدا کرد و از طریق سری‌هایی که به  $\pi$  یا مضربی کسری از آن، همگرایند و همچنین میزان همگرایی آنها به حدشان سریع‌تر است، امکان محاسبه تعداد ارقام اعشاری بیشتری میسر گردید. در ۱۹۴۹، فون نویمان و همکارانشان به کمک کامپیوتری که به تازگی ساخته بودند، توانستند ۲۰۳۷ رقم بعد از اعشار این عدد را محاسبه نمایند. در دهه ۱۹۶۰، با ابداع روش‌های مبتنی بر «تبدیلات فوریه سریع»، سرعت محاسبات به نحو قابل ملاحظه‌ای افزایش یافت و تعداد ارقام اعشاری بیشتری برای عدد  $\pi$  محاسبه گردید، به طوری که یاسامودا کنادا، ریاضی دان و دانشمند علوم کامپیوتر ژاپنی، توانست روش‌های محاسبه ارقام بعد از اعشار این عدد را طی بیست سال، از ۱۹۸۰ الی ۲۰۰۰، به نحو قابل ملاحظه‌ای بهبود بخشد و با استفاده از قدرت محاسباتی ابرکامپیوترهای هیتاچی، تعداد ارقام بعد از اعشار محاسبه شده این عدد را از ۲ میلیون رقم بعد از اعشار در ۱۹۸۰ به ۲۰۶ میلیارد رقم بعد از اعشار در سال ۲۰۰۰ برساند. از آن به بعد بشر دست از تلاش برداشت و با ظهور معماری‌های

جدید کامپیوتر که مبتنی بر تشکیل شبکه‌های گسترده از کامپیوترها بود و قدرت محاسباتی آنها را افزایش داده است، تعداد ارقام بعد از اعشار بیشتری برای این عدد پیدا شدند. برای تاکید بر درستی این ادعا، همین بس که تعداد ارقام بعد از اعشار عدد  $\pi$  در ۲۰۱۰ از ۵ تریلیون رقم بعد از اعشار به ۵۰ تریلیون رقم بعد از اعشار در ۲۰۲۰ و به ۱۰۰ تریلیون رقم در ۲۰۲۲ افزایش پیدا کرد. حال باید منتظر ماند و دید آیا در سال ۲۰۲۳ باز هم این رکورد یک جابه‌جایی قابل توجه خواهد داشت؟

اطلاعات بشر درباره این عدد، در مقایسه با نادانسته‌ها و سوالات پرشمار درباره خواص آن، بسیار قلیل و اندک است. اما تلاش‌های ۴۰۰۰ ساله بشر نشان می‌دهد که او بنا ندارد از کنج‌کاوی و تلاش برای یافتن پاسخ سوالات بی‌پایان خود درباره این عدد دست بردارد و عزم خود را جزم کرده تا با مشارکت هرچه بیشتر متخصصین و مردم، جواب‌های سوالات خود را بیابد. به قول حافظ

دست از طلب ندارم تا کام من برآید      یا تن رسد به جانان یا جان ز تن برآید