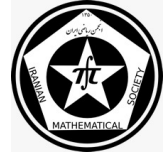


به نام خدا
مسائل دوماهانه ریاضی انجمن ریاضی ایران
آذر ماه ۱۴۰۱



۱. بیست و پنج نقطه در صفحه مفروضند به طوری که هیچ سه تایی در یک راستا نیستند. برخی از آنها را با پاره خطهایی به هم وصل می‌کنیم. تعداد پاره خطها از ۲۵۰ بیشتر است. هر پاره خط را با رنگ قرمز یا آبی رنگ می‌کنیم. ثابت کنید حداقل یک مثلث تک‌رنگ وجود دارد.

۲. قرار دهید $x_0 = 1$ و $x_{n+1} = \ln(e^{x_n} - x_n)$ برای هر $n \geq 0$. ثابت کنید سری $x_0 + x_1 + x_2 + \dots$ همگراست و مقدار آن را بیابید.

۳. فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع مشتق‌پذیر باشد که در ویژگی زیر صدق کند.

$$f(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{x}{2}f'(x).$$

ثابت کنید f یک چندجمله‌ای درجه اول است.

۴. فرض کنید n امین عدد اول را با p_n نشان دهیم. ثابت کنید سری زیر واگراست.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{np_n - (n-1)p_{n-1}}$$

۵. فرض کنیم R یک حلقه یک‌دار و در آن حاصل ضرب هر دو ایدال ناصفر، ناصفر است. نشان دهید

(آ) اگر عناصر وارون‌پذیر در مرکز R باشند، آنگاه مقسوم علیه‌های صفر نیز در مرکز R هستند.

(ب) اگر R متناهی باشد، آنگاه R آبدلی است.

لطفاً پاسخ هر پرسش را تایپ کنید یا به صورت کاملاً خوانا بنویسید و تصویر واضح آن را در قالب فایل pdf به همراه مشخصات خود حداکثر تا پایان بهمن ماه به آدرس زیر ارسال فرمایید.

mathproblem.iran@gmail.com

موفق باشید.