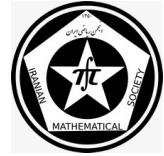


به نام خدا  
مسائل دوماهانه ریاضی انجمن ریاضی ایران  
مهر ماه ۱۴۰۱



۱. نشان دهید در دنباله  $\pi, \pi^\pi, \pi^{\pi^\pi}, \dots$  بینهایت عدد گنگ وجود دارد.

۲. حاصل جمع زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2}} + \frac{1}{1 + \sqrt[4]{2}} + \frac{1}{1 + \sqrt[4]{4}} + \frac{1}{1 + \sqrt[4]{8}} + \dots$$

۳. ثابت کنید برای هر عدد طبیعی  $n$  می توان  $n^2$  عدد حقیقی متمایز یافت که هر طور این اعداد را در یک ماتریس  $n \times n$  قرار دهیم ماتریس حاصل وارون پذیر باشد.

۴. تمام تابع های یک به یک  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  را مشخص کنید که در هر دو اتحاد زیر صدق کنند.

$$f(x+y) = f(x) + f(y), \quad f(xy) = f(x)f(y) \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

۵. ثابت کنید هیچ عمل دوتایی  $\circ$  روی  $\mathbb{R}^n$  برای  $n \geq 3$  وجود ندارد به طوری که برای هر  $x, y, z \in \mathbb{R}^n$  و هر  $c \in \mathbb{R}$  در همه روابط زیر صدق کند.

$$x \circ (cy) = (cx) \circ y = c(x \circ y) \quad (\text{آ})$$

$$x \circ (y+z) = x \circ y + x \circ z \quad (\text{ب})$$

$$x \circ y = \circ \Rightarrow (x = \circ \vee y = \circ) \quad (\text{ج})$$

$$x \circ y = y \circ x \quad (\text{د})$$

لطفاً پاسخ هر پرسش را تایپ کنید یا به صورت کاملاً خوانا بنویسید و تصویر واضح آن را در قالب فایل pdf به همراه مشخصات خود حداکثر تا پایان آبان ماه به آدرس زیر ارسال فرمایید.

mathproblem.iran@gmail.com

موفق باشید.