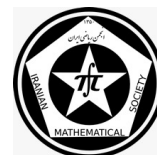


به نام خدا  
مسائل دوماهانه ریاضی انجمن ریاضی ایران  
خرداد ۱۴۰۱



۱. فرض کنید  $m, n$  دو عدد طبیعی باشند و  $m^{n^m} = n^{m^n}$ . ثابت کنید  $m = n$ .
۲. ثابت کنید برای هر عدد طبیعی  $k$  داریم  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin \theta)^{2k} d\theta = \binom{2k}{k}$ .
۳. فرض کنید  $p$  یک عدد اول بزرگتر از سه باشد. ثابت کنید صورت کسر  $1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} + \dots + \frac{1}{p^{p-1}}$  بر  $p^2$  بخش پذیر است. (بدون ضرب کردن صورت و مخرج در یک عدد ثابت).
۴. تمام چندجمله‌ای‌های  $p(x)$  با ضرائب در  $\mathbb{C}$  را مشخص کنید به طوری که  $p(\mathbb{R}) \subseteq \mathbb{R}$  و  $p(\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}) \subseteq \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ .
۵. فرض کنید  $G$  یک گروه متناهی،  $K$  یک زیرگروه نرمال و ساده و نیز  $|G| \nmid |K|^2$ . ثابت کنید  $G$  هیچ زیرگروه یکرخت با  $K$  (جز خود  $K$ ) ندارد.

لطفاً پاسخ هر پرسش را تایپ کنید یا به صورت کاملاً خوانا بنویسید و تصویر واضح آن را در قالب فایل pdf به همراه مشخصات خود حداکثر تا پایان تیر ماه به آدرس زیر ارسال فرمایید.

[mathproblem.iran@gmail.com](mailto:mathproblem.iran@gmail.com)

موفق باشید.