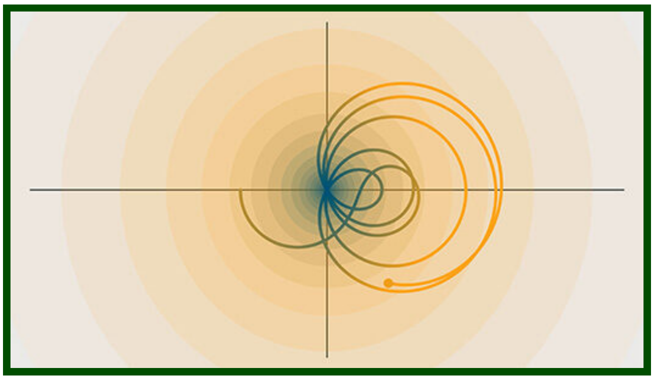
نوشته‌ها

چگونه یاد گرفتم که فرضیهٔ ریمان را دوست بدارم و از آن بترسم*

آلکس کانتوروویچ
مترجم: محمد جلوداری ممقانی**

چکیده:

یک متخصص برجستهٔ نظریهٔ اعداد، از اولین برخورد خود با فرضیهٔ ریمان سخن می‌گوید.



نخستین‌بار دربارهٔ فرضیهٔ ریمان، که بدون تردید، مهم‌ترین و معروف‌ترین مسئلهٔ حل‌نشده در کل تاریخ ریاضیات است، از *الی اشتاین*[1] بزرگ ریاضی‌دان برجستهٔ بین‌المللی دانشگاه پرینستون شنیدم. وقتی در سال دوم کالج بودم، بسیار خوش‌شانس بودم که اشتاین تصمیم گرفت آنالیز دورهٔ لیسانس را در بهار سال ۲۰۰۰ بازنگری کند. وی این کار را با همکاری رامی شاکارچی[2] که آن موقع دانشجوی ایشان بود، انجام داد و ثمرهٔ کار کتاب‌هایی شد که در حال حاضر در شاخهٔ آنالیز شناخته شده‌اند. در ریاضیات، آنالیز با مفاهیم حسابان به‌صورتی دقیق‌تر و براساس روش اصول موضوعی، سروکار دارد. اشتاین چهار جلد کتاب متوالی در این زمینه نوشت. کتاب اول، در مورد آنالیز فوریه بود؛ هنر و علم تجزیهٔ سیگنال‌های دلخواه به کمک ترکیب موج‌های ساده و همساز. کتاب دوم، دربارهٔ آنالیز مختلط بود که رفتار توابعی را که دامنه و برد آن‌ها اعداد مختلط است، بررسی می‌کند. کتاب سوم در زمینهٔ آنالیز حقیقی بود که علاوه بر تعریف مفاهیم بسیاری در آنالیز، با روشی دقیق، اندازهٔ مجموعه‌ها را تعریف و بررسی می‌کند. کتاب آخر، در زمینهٔ آنالیز تابعی بود که در آن به‌طور گسترده، توابع را مطالعه می‌کند. این‌ها همه، مباحث اصلی به حساب می‌آیند که شامل دانش بنیادی موردِ نیاز هر ریاضی‌دانی است. در کلاس درس اشتاین، من و همکلاسی‌هایم، موش‌های آزمایشگاهی بودیم که مطالب کتاب‌هایش باید روی آن‌ها تمرین می‌شد. ما روی صندلی‌های ردیف جلو می‌نشستیم، وقتی الی (بعدها با این نام صدایش می‌کردم) نتایج عجیب و غریب موردِ علاقهٔ خود را بیان می‌کرد، می‌گفت نگاه کنید که آنالیز چقدر شگفت‌انگیز است؛ حتی می‌توانید با استفاده از آن، مسئله‌های رشتهٔ غیرمرتبطی مانند نظریهٔ اعداد را حل کنید! در واقع، در کتاب او در مورد آنالیز فوریه، اثباتی از قضیهٔ دیریکله در مورد اعداد اول موجود در تصاعدهای حسابی آمده بود که برای مثال بیان می‌کند که باقیماندهٔ تقسیم بی‌نهایت عدد اول بر ۳۵ عدد ۶است، زیرا ۶ و ۳۵ مقسوم علیهٔ مشترک غیربدیهی ندارند. کتاب درسی او در آنالیز مختلط شامل اثباتی از قضیهٔ اعداد اول است، که یک برآورد تقریبی از تعداد اعداد اولی به دست می‌دهد که کمتر از یک کرانهٔ در حال رشد هستند. به‌علاوه یاد گرفتم که اگر فرضیهٔ ریمان درست باشد، یک قضیهٔ اعداد اول دیگر، بسیار قوی‌تر از قضیهٔ اعداد اول موجود، خواهیم داشت.

برخلاف تبلیغات الی اشتاین در مورد نیروی همه‌جانبهٔ آنالیز، من درس را برعکس یاد گرفتم: ببینید نظریهٔ اعداد چقدر شگفت‌انگیز است، حتی در آن می‌توانید با استفاده از نظریهٔ میدان‌ها، که بسیار دور از آنالیز است، مطالب دلخواه‌تان را ثابت کنید! کلاس اشتاین کمکم کرد که متخصص نظریهٔ اعداد شوم. اما وقتی طی سال‌ها در مورد فرضیهٔ ریمان چیزهای بیشتری فهمیدم، دریافتم که در تحقیقات خود روی آن متمرکز نشوم. پیشرفت در آن بسیار مشکل است.

پس از پرینستون به مدرسهٔ تحصیلات تکمیلی دانشگاه کلمبیا پیوستم. تحقیق درباره نظریهٔ اعداد هیجان‌انگیز بود. در سال ۲۰۰۳ دَن گلدستون[3] و جِم یلدریم[4] یک نتیجهٔ شگفت‌انگیز جدید در مورد شکاف در اعداد اول اعلام و بلافاصله آن‌را پس گرفتند، به‌طوری‌که گلدستون سال‌ها بعد هنگام پذیرش جایزهٔ مهم کول[5] درمورد آن ایده‌ها نوشت: «هرچند اکثر ریاضی‌دانان فروتن نیستند ولی همه،

[1]Elias Menachem Stein [2]Rami Shakarchi [3]Dan Goldston [4]Cem Yıldırım [5]Cole

تجربیات تحقیرآمیز زیادی دارند.» با این حال، ایده‌های آن‌ها بخش مهمی از قضیهٔ گرین-تائو[۶] را تشکیل داد، که نشان می‌دهد مجموعهٔ اعداد اول شامل تصاعدهای حسابی با هر طول مفروض‌اند. سپس گلدستون و یلدریم با همکاری یانوش پینتز [۷] بیشترِ بخش‌های روش اثبات خود را در اثبات قضیهٔ بنیادی GPY، مبنی بر اینکه اعداد اول بی‌نهایت شکاف دارند که به‌دلخواه در مقایسه با میانگین شکاف‌ها کوچک است، در سال ۲۰۰۵ بازنویسی کردند. به‌علاوه اگر بتوانید قضیهٔ آن‌ها را به هر اندازه بهبود بخشید، ثابت خواهید کرد که اعداد اول بی‌نهایت‌بار، با عدد ثابت مثبتی متفاوت‌اند. و این جهش عظیمی به‌سوی حل حدس بسیار مشکل اعداد اول دوقلو خواهد بود که بیان می‌کند که بی‌نهایت جفت عدد اول وجود دارد که اختلاف بین اعضای هر جفت ۲ است.

بلافاصله همایشی در مورد چگونگی توسعهٔ روش GYP در سن‌خوزهٔ کالیفرنیا برگزار شد. من که دانشجویی علاقه‌مند و شاد بودم بسیار احساس خوشبختی می‌کردم که در میان متخصصین بزرگ جهان بودم. در پایان هفته، متخصصین موافقت کردند که اساساً اصلاح روش GYP برای به‌دست آوردن شکاف‌های اعداد اول کراندار امکان ندارد. خوشبختانه ییتانگ ژانگ[۸] در این جلسه حضور نداشت. تقریباً بعد از ده سال کار در تنهایی نسبی، او راه عبوری یافت و ثابت کرد که متخصصین در اشتباه بودند. حدس می‌زنم نتیجهٔ اخلاقی این داستان این است که در همایشی که در مورد چگونگی حل نکردن فرضیهٔ ریمان تشکیل می‌شود، شرکت نکنید.

*Alex Kontorovich, How I learned to love and fear the Riemann hypothesis, *Quanta Magazine*, January 4, 2021, available at `https://www.quantamagazine.org how-i-learned-to-love-and-fear-the-riemann/ -hypothesis-20210104/`.

** دانشگاه علامه طباطبایی

علوم ریاضی و رایانه در سال ۲۰۲۰ *

بیل اندروز
مترجم: محمد جلوداری ممقانی **

چکیده:

اینکه امسال ریاضی‌دانان و دانشمندان علوم رایانه، قضیه‌های بزرگی در پیچیدگی محاسباتی، نظریهٔ اعداد و هندسه ثابت کردند، مشخص شد که در ریاضیات از رایانه گریزی نیست.

برای ریاضی‌دانان و دانشمندان علوم رایانه، سال ۲۰۲۰ مملو از اکتشافات وسیع و تجلیل از خلاقیت‌های راهگشا بود. چندین مسئلهٔ دیرپا و قدیمی، منجر به همکاری پایداری در زمینه‌های مختلف شد که در این میان، جواب برخی سؤالات مهم دیگر، به‌عنوان نتایج فرعی مسرت‌بخش به دست آمد.

در حالی که برخی از این نتایج، بی‌درنگ به کار آمدند و باعث پیشرفت تحقیقات و ادغام شاخه‌های مختلف شدند، برخی دیگر برای مسائل حل‌نشده، الهام‌بخش‌اند و نشان می‌دهند که پیشروی در چنین مسائلی امکان‌پذیر است. در اوایل سال، مجلهٔ کوانتا محدودیت‌هایی را که پنج دانشمند علوم رایانه در توانایی بررسی مسئله‌ها، برای رایانه‌های کوانتمیِ ترکیبی، تعیین کرده بودند نشان داد. این گروه در بخشی از کار خود مسائلی دیرپا در فیزیک و ریاضی را نیز حل کردند که تعجب پژوهشگرانی را برانگیخت که در این حوزه‌ها تحقیق می‌کنند. مجموعهٔ دیگری از همکاری‌ها، ارتباطات گسترده‌ای که با نام تناظر لنگلندز [۱] شناخته می‌شود، بین حیطه‌های دور از همِ ریاضی ایجاد و ما را به درک عمیق‌تری از بسیاری از شاخه‌های ریاضی امیدوار کرده است.

امسال، همچنین آشنایی فزایندهٔ برخی ریاضی‌دانان با ترسیم‌های هندسی را بررسی کردیم، دیدیم که چگونه رایانه‌ها به ریاضی‌دانان در ارائهٔ اثبات‌هایشان کمک می‌کند و در نهایت وضعیت فعلی ریاضیات و مشکلات آن مورد واکاوی قرار گرفت. اما همهٔ خبرها خبرِ خوش نبود: شیوع ویروس کرونا تحقیقات ریاضی‌دانان را، که روند به ثمر رسیدن‌شان، وابستگی زیادی به همکاری و ارتباط با دیگران دارد، دچار مشکل کرد. همچنین این همه‌گیری موجب مرگ جان کانویِ[۲]، ریاضی‌دان بزرگ شد. این اتفاق درست یک ماه قبل از حل مسئلهٔ معروف او به‌دست یک دانشجوی تحصیلات تکمیلی رخ داد. این مسئله، یکی از مسئله‌های مهم و حل‌نشدهٔ نظریهٔ گره‌ها بود که با نام

[6]Green-Tao [7]János Pintz [8]Yitang Zhang [1]Langlands correspondence [2]John Conway