

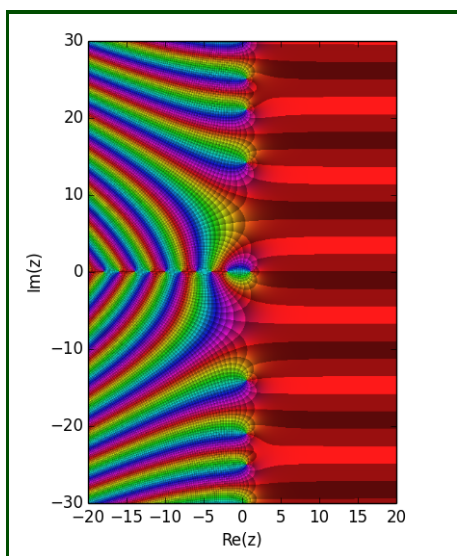


سالی پر از لحظه‌های ارشمیدسی

۱۰ پیشرفت شگرف ریاضی در سال ۲۰۱۹

حسن ملکی *

هم به نوبه خود جذاب و زیبا هست هم می‌تواند نقشه راهی برای اثبات حدس ریمن باشد. این قضیه در حالت ضعیف‌تری توسط یوهان جنسن^۵ و جورج پولیا^۶ ثابت شده بود، اما اثبات جدید در حالت کلی‌تر و در عین حال ساده‌تری بیان شده است و می‌تواند مسیری برای اثبات حدس ریمن باشد. اونو تأکید می‌کند او و سه ریاضیدان دیگر هیچ تکنیک یا مفاهیم ریاضی جدیدی ابداع نکرده‌اند، مزیت اثبات آن‌ها سادگی آن است. (مقاله تنها ۸ صفحه است!) ایده مقاله از یک چالش ریاضیاتی ساده در حاشیه یک کنفرانس که به مناسبت ۶۵ سالگی زاگیر برگزار شده بود شکل گرفت. اونو مسئله را برای زاگیر مطرح می‌کند با این تصور که مسئله حل شدنی نیست و زاگیر درگیر آن نمی‌شود. اما زاگیر جسورانه درگیر مسئله می‌شود و به زودی راه حلی برای آن ترسیم می‌کند. آن دو به همراه دیگر نویسندگان، راه حل را ارائه کردند و سپس آن را به یک نظریه کلی‌تر تعمیم دادند. مقاله مورد بحث تحت عنوان “Jensen polynomial for the Riemann zeta function and other sequence” به چاپ رسیده است.



به نظر می‌رسد سال ۲۰۱۹ میلادی در جهان ریاضیات پر از لحظات مهم و سرنوشت ساز بود. جدای از مسائل حل نشده‌ای که حل آن‌ها ریاضیدانان را به وجد آورد، این سال شاهد طوفانی از پیشرفت‌ها (هرچند جزئی!) در حل سؤالات سختی بود که برای دهه‌ها ذهن ریاضیدانان را به خود مشغول کرده بود. همچنین این سال مملو از ابداع تکنیک‌های ریاضیاتی بود که تعجب و توجه همگان را برانگیخت. به علاوه در این سال ریاضیدانان بزرگی نیز درگذشتند. در این جا ده اتفاق بزرگ این چینی و ذهن‌های زیبایی که پشت آن‌ها بود را آورده‌ایم. وقایع و اخبار مهم دیگری نیز وجود داشت که در این جا ذکر آن‌ها نشده اما در قسمت اخبار جهان ریاضیات به آن‌ها پرداخته‌ایم. منبع اصلی این نوشتار مطلبی با عنوان ‘The 10 Biggest math Breakthroughs of 2019’ می‌باشد که در سایت علمی ترویجی ‘Popularmechanics.com’ منتشر شده است. با این حال به فراخور متن برای هر مورد از اتفاقات زیر، از منابع و مقاله‌های دیگر برای دقیق بودن نوشتار استفاده شده است که آن‌ها را در متن ذکر کرده‌ایم.

۱ - پیشرفت در حدس ریمن

حدس یا فرضیه‌ی ریمن عموماً به عنوان بزرگ‌ترین و مهم‌ترین مسئله حل نشده حال حاضر در ریاضیات محض به حساب می‌آید. این حدس که در سال ۱۸۵۹ توسط ریمن مطرح شد، درباره توزیع اعداد اول است و حل آن تاکنون به بسیاری از شاخه‌های ریاضیات ارتباط پیدا کرده است. این حدس چنان ریاضیدانان را به دردسر انداخته است که به عنوان یکی از مسائل هزاره از آن یاد می‌شود تا آن‌جا که توسط مؤسسه کلای برای حل آن جایزه یک میلیون دلاری تعیین شده است. چهار ریاضیدان به نام‌های مایکل گریفین^۱، کن اونو^۲، لری رولن^۳ و دون زاگیر^۴ امسال قضیه‌ای را اثبات کردند که در ارتباط مستقیم با فرضیه‌ی ریمن است. این قضیه

¹Michael Griffin ²Ken Ono ³Larry Rolen ⁴Don Zagier ⁵Johan Jensen ⁶George Polya

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{if } n \text{ is even} \\ 3n+1 & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$$

۴- حدس حساسیت

حدس حساسیت^{۱۰} که در سال ۱۹۹۴ درباره داده‌های بولی بیان شده بود و یکی از مهم‌ترین مسائل حل نشده علوم نظری رایانه به حساب می‌آمد، توسط ریاضیدان جوان هائو هانگ^{۱۱} به صورت کامل حل شد. توابع بولی نقش مهمی در نظریه پیچیدگی در علوم رایانه و مباحثی همچون طراحی مدار و رمزگذاری ایفا می‌کند. هانگ می‌گوید: «از سال ۲۰۱۲ روی حدس حساسیت کار می‌کردم اما به تازگی ایده‌ای کلیدی در رابطه با آن پیدا کردم که توانستم آن را حل کنم».

A computational proof of Huang's degree theorem
(Don Knuth, Stanford Computer Science Department; 28 July 2019, revised 3 August 2019)

Hao Huang recently posted his proof [1] of a beautiful combinatorial theorem that establishes Nisan and Szegedy's 30-year-old Sensitivity Conjecture for Boolean functions:

Theorem. Any set H of $2^{n-1} + 1$ vertices of the n -cube contains a vertex with at least $\sqrt{n}$ neighbors in H . His proof used the interesting sequence of symmetric $2^n \times 2^n$ matrices A_n defined recursively by

$$A_0 = (0); \quad A_n = \begin{pmatrix} A_{n-1} & I_{2^{n-1}} \\ I_{2^{n-1}} & -A_{n-1} \end{pmatrix}, \quad \text{for } n > 0.$$

An easy induction proves that $A_n^n = nI_{2^n}$ for all $n \geq 0$. Furthermore, every row and column of A_n has exactly n nonzero entries. Indeed, if we number the rows and columns in binary notation from $0 \dots 0$ to $1 \dots 1$, the entry in row $\alpha = a_1 \dots a_n$ and column $\beta = b_1 \dots b_n$ is ± 1 when $|a_1 - b_1| + \dots + |a_n - b_n| = 1$, otherwise it is zero.

Now let B_n be the $2^n \times 2^{n-1}$ matrix

$$B_n = \begin{pmatrix} A_{n-1} + \sqrt{n} I_{2^{n-1}} \\ I_{2^{n-1}} \end{pmatrix}.$$

Then B_n has rank 2^{n-1} , and we have

$$A_n B_n = \begin{pmatrix} A_{n-1} + \sqrt{n} A_{n-1} + I_{2^{n-1}} \\ \sqrt{n} I_{2^{n-1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{n} A_{n-1} + n I_{2^{n-1}} \\ \sqrt{n} I_{2^{n-1}} \end{pmatrix} = \sqrt{n} B_n.$$

۵- یک سال بزرگ برای تحقیقات سرطان

ریاضیدانان همیشه در پی راهی برای کمک به درمان سرطان بوده‌اند. سال ۲۰۱۹ با یک کار مشترک بین ریاضیدانان و زیست‌شناسان شروع شد. [elifesciences.org/articles/38407]

این مقاله یک مدل‌بندی ریاضی خلاقانه بود که کمک شایانی به انجام آزمایش‌های رشد سلولی می‌کرد. سپس تحقیق دیگری انجام شد که از مدل‌های ریاضی برای به دست آوردن چشم‌انداز روشنی درباره چگونگی رشد سرطان پستان استفاده می‌کرد.

(Crunching the Numbers of Cancer Metastasis)

۲- مسئله مجموع سه مکعب

این مسئله که یکی از قدیمی‌ترین مسائل ریاضیات باستان به حساب می‌آید، درباره معادلات دیوفانتوس است. به بیان ساده سؤال این است که کدام یک از اعداد بین ۱ تا ۱۰۰ را می‌توان به صورت مجموع مکعب سه عدد صحیح بیان کرد؟ پیشرفت شگرفی که در سال ۲۰۱۹ برای این مسئله اتفاق افتاد به کمک به کارگیری آخرین فناوری‌های رایانه‌ها بود. جزئیات دقیق این دستاورد ریاضیدانان در قسمت اخبار جهان ریاضیات ذکر شده است.

$$x^3 + y^3 + z^3 = k$$

↑
42

۳- حدس کلاتز

یکی دیگر از بزرگ‌ترین مسئله‌های حل نشده ریاضی که یک قدم دیگر به حل نزدیک شد، حدس کلاتز^۷ است. این حدس که در سال ۱۹۳۷ توسط ریاضیدان آلمانی لوتر کلاتز^۸ مطرح شد، به سادگی قابل بیان است: یک عدد طبیعی انتخاب کنید. اگر زوج بود آن را به دو تقسیم و اگر فرد بود، آن را در سه ضرب کرده با یک جمع کنید. حدس کلاتز این بود که هر عددی را برای شروع انتخاب کنیم و روند فوق را روی آن اجرا کنیم همیشه به دنباله‌ای خواهیم رسید که به عدد یک ختم می‌شود. برای مثال اگر با ۶ شروع کنیم به دنباله ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۵، ۱۰، ۳، ۶ خواهیم رسید. ترنس تائو^۹ یکی از بزرگ‌ترین ریاضیدانان حال حاضر دنیاست. او در ۲۱ سالگی دکترای خود را از پرینستون گرفت. در ۲۴ سالگی او جوان‌ترین استاد تمام دانشگاه UCLA و در سال ۲۰۰۶ در ۳۱ سالگی برنده مدال فیلدز شد. او یکی از نوابغ ریاضی و از فعال‌ترین ریاضیدانان حال حاضر دنیاست. نکته جالب درباره او این است که او تمام مطالب ریاضی خود را به صورت آنلاین با بقیه افراد به اشتراک می‌گذارد. سایت او (Terrytao.wordpress.com) نمونه امروزی دفتر یادداشت داوینچی است. کافی است یک موضوع در ریاضیات پیشرفته را نام ببرید و سری به سایت او بزنید. خواهید دید او درباره آن مطلب نوشته است. نتایج خوبی که توسط تائو در ارتباط با حدس کلاتز منتشر شد، جامعه ریاضی را تکان داد. با این حال حدس کلاتز هنوز حل نشده است و حل آن ممکن است سال‌ها طول بکشد. اما کار تائو قدم بزرگی در مسیر حل آن بود.

⁷Collatz Conjecture ⁸Lothar Collatz ⁹Terrence Tao ¹⁰The Sensitivity Conjecture ¹¹Hao Huang



۷- حدس گل آفتابگردان

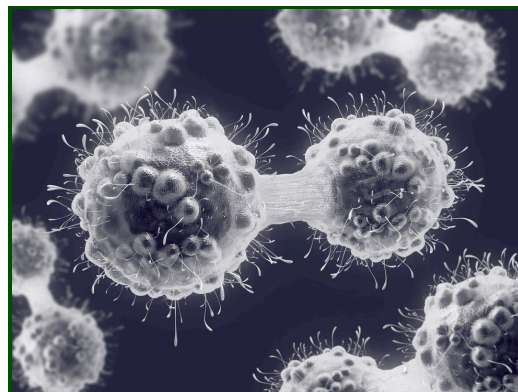
پس از سال‌ها سکون در روند حرکت حل حدس گل آفتابگردان^{۱۷} سال ۲۰۱۹ شاهد پیشرفتی در این حدس بودیم. مفهوم ریاضیاتی گل آفتابگردان در سال ۱۹۶۰ توسط ریاضیدان بزرگ پاول اردوش^{۱۸} مطرح شد. گردایه‌ای از مجموعه‌ها را یک گل آفتابگردان گوییم هرگاه همه‌ی اشتراک‌های دو به دو عناصر گردایه ثابت باشد. به این اشتراک ثابت، هسته‌ی گل آفتابگردان گفته می‌شود. اگر به تصویر گل آفتابگردان نگاه کنید، هسته گل آفتابگردان قسمت قهوه‌ای رنگ مرکز است و هر مجموعه در گل آفتابگردان اجتماعی از یک برگ و هسته است. سؤال اصلی در این موضوع این است که تحت چه شرایطی یک گل آفتابگردان به اندازه کافی بزرگ (شامل تعداد زیادی مجموعه) وجود دارد؟ حدس گل آفتابگردان شرایط مختلفی را ارائه می‌دهد که برای گردایه‌ای دلخواه از مجموعه‌ها، یک گل آفتابگردان وجود دارد. مقاله 'Improved bounds for the sunflower lemma'

هر چند یک قدم بزرگ برای حدس به شمار می‌آید اما هنوز آن را اثبات نمی‌کند.



۸- یک پیشرفت شگرف در نظریه رمزی: بلیط بخت‌آزمایی همیشه برنده وجود ندارد!

این نظریه به افتخار ریاضیدان و فیلسوف بزرگ بریتانیا، فرانک رمزی^{۱۹} نام‌گذاری شده و شاخه‌ای از ترکیبیات به حساب می‌آید.



۶- کریگامی ریاضیاتی می‌شود.

کریگامی^{۱۲} به معنی هنر کاغذ و برش از اریگامی^{۱۳} به معنی هنر کاغذ و تا، کمتر معروف است. با این حال این دو فن به دنبال جایگاه ویژه خود در کاربردهای صنعتی هستند. در سال ۲۰۱۹ محققین دانشگاه هاروارد به تشریح ریاضیات کریگامی پرداختند و مرزهای جدیدی در ساخت و طراحی مواد به تصویر کشیدند. ال. ماهادوان^{۱۴} استاد ریاضیات کاربردی و لوی دوت^{۱۵} و گری چویی^{۱۶} همگی از دانشگاه هاروارد یک چارچوب ریاضیاتی برای کریگامی تدوین کرده‌اند که تحت آن می‌توان هر ورقه را به هر شکل مشخص خواسته شده‌ای تبدیل کرد. کریگامی بر خلاف پسرعموی معروف خود اریگامی که از تا کردن برای شکل دادن به کاغذ استفاده می‌کند، از یک سری الگوها در برش دادن برای تغییر شکل کاغذ و ایجاد اشکال سه بعدی بهره می‌برد. ماهادوان توضیح می‌دهد: «از ما سؤال می‌شود آیا می‌توان از اصول اساسی ریاضی کریگامی پرده برداشت و از آن‌ها برای ایجاد الگوریتم‌هایی استفاده کرد که ما را قادر سازد تعداد، اندازه و جهت برش را در یک صفحه به گونه‌ای طراحی کنیم که به هر شکل خاصی قابل تغییر باشد؟» گری چویی می‌گوید: «مسئله اصلی این است که اگر به ما یک شکل دو بعدی یا سه بعدی داده شود، چگونه می‌توان الگوهای برش را در یک شکل مرجع چنان طراحی کرد که با یک حرکت به شکل نهایی برسیم.» در این کار، ما با شناسایی محدودیت‌هایی که در عمل برای یافتن الگوهای برش وجود دارد، مشکل را برطرف می‌کنیم. ما از یک روش بهینه‌سازی عددی برای مشخص کردن الگوهای برش استفاده می‌کنیم و سپس این کار را انجام می‌دهیم. این کار با عنوان

“Programming shape using Kirigami tessellations”

در مجله 'Nature Materials' به چاپ رسیده است.

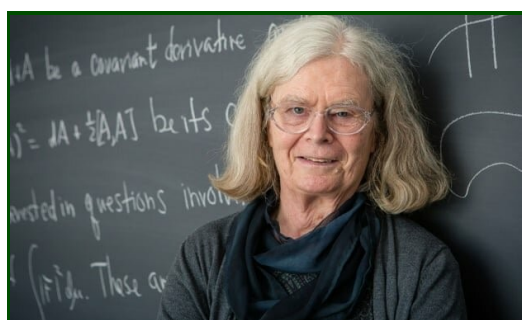
¹²Kirigami ¹³Origami ¹⁴L. Mahadevan ¹⁵Levi Dodte ¹⁶Gary Choi ¹⁷Sunflower Conjecture ¹⁸Paul Erdos ¹⁹Frank Ramsey

برای به دست آوردن ریشه‌های معادله درجه دو معرفی کرد. او می‌گوید ریاضیاتی که او از آن استفاده کرده است، برای قرن‌ها شناخته شده است، اما رویکرد توصیفی او تازه می‌باشد و ممکن است نسل جدید دانش‌آموزان به علت سادگی این روش آن را به روش قبلی ترجیح دهند. مقاله او با عنوان 'A Simple Proof of the Quadratic Formula' منتشر شده است.

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

۱۰- نخستین زن برنده جایزه آبل

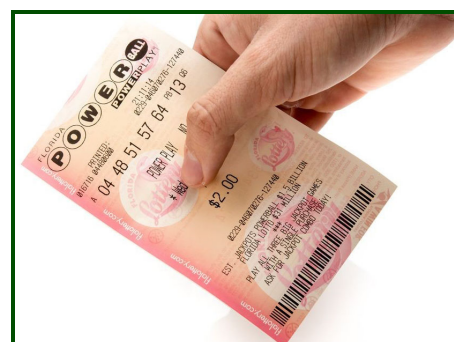
کارن اولنیک^{۲۴} استاد ریاضیات دانشگاه تگزاس موفق به دریافت جایزه آبل که یکی از معتبرترین جوایز ریاضیات در جهان است، شد. برای نخستین بار یک زن در دنیای ریاضیات موفق به دریافت جایزه‌ی آبل شد. جایزه آبل جایزه‌ای بین‌المللی است که هر ساله توسط شاه نروژ به یک یا چند ریاضیدان که کار ارزنده‌ای در ریاضی انجام داده باشند، اهدا می‌شود. این جایزه به افتخار ریاضیدان نروژی نیلس هنریک آبل^{۲۵} نامگذاری شده است. آکادمی علوم نروژ بیان داشت این جایزه به خاطر دستاوردهای پیش‌تازانه اولنیک در هندسه، معادلات دیفرانسیل با مشتقات نسبی، نظریه‌ی پیمانه‌ای و سیستم‌های انتگرال‌پذیر و به خاطر تأثیر اساسی کار او بر آنالیز، هندسه و ریاضی-فیزیک به او اهدا شده است.



* دانشگاه ملایر

سؤال اصلی در این نظریه این است: چه تعداد از عناصر یک ساختار باید وجود داشته باشد تا یک خاصیت ویژه برقرار باشد؟ در این نظریه، ریاضیدانان به دنبال الگوهای قابل پیش‌بینی در میان مقادیر بالای آشوب هستند. در سال ۲۰۱۹ به یک مسئله که در حدود نیم قرن حل نشده باقی مانده بود، پاسخ داده شد: مسئله بلیط بخت‌آزمایی همیشه برنده (Ever Winning Lottery Ticket). آیا در بخت‌آزمایی نامتناهی بلیطی وجود دارد که همیشه برنده باشد؟ این سؤالی بود که ریاضیدان انگلیسی آدریان ماتیاس^{۲۰} در سال ۱۹۶۹ مطرح کرد. در یک بخت‌آزمایی استاندارد، بلیط شما تعداد متناهی عدد دارد که اگر آن‌ها با اعدادی که در بخت‌آزمایی به صورت تصادفی اعلام می‌شوند، مطابقت کند شما برنده می‌شوید. هر بلیط تعداد محدودی سطر دارد که این به شما شانس کمی برای برنده شدن می‌دهد. بنابر این اگر شما به اندازه‌ی کافی بلیط خریداری کرده باشید به گونه‌ای که همه ترکیب‌های ممکن در آن‌ها باشد، شما حتما برنده خواهید شد. کاری که در عمل هزینه‌ی بسیاری خواهد داشت. در بخت‌آزمایی نامتناهی وضعیت کمی متفاوت است. عده‌های برنده دنباله‌های نامتناهی هستند و هر بلیط تعداد نامتناهی سطر دارد که در هر سطر تعداد نامتناهی عدد وجود دارد. در این حالت مشخص نیست می‌توان بلیطی درست کرد که همیشه برنده باشد. دیوید شریتر^{۲۱} و اسگر تورنکوئیست^{۲۲} در دانشگاه کپنهاگ جواب این سؤال را پیدا کردند. غیر ممکن است بتوان بلیطی درست کرد که همیشه برنده باشد. مقاله آن‌ها با عنوان 'The Ramsey property implies no mad families'

منتشر شده است.



۹- حل معادله درجه دو به روش جدید

دکتر پو شن لو^{۲۳} از دانشگاه کارنگی ملون روشی جایگزین