

کالبد شکافی حل یک مسأله

اردیبهشت ماه امسال، سی و یکمین مسابقه ریاضی دانشجویی در دانشگاه فردوسی مشهد برگزار شد. در جریان تصحیح اوراق دانشجویان شرکت کننده در این مسابقه، موارد جالب توجهی مشاهده شد که ذکر آن‌ها می‌تواند جالب و آموزنده باشد. به خصوص با توجه به این که دانشجویان شرکت کننده در این مسابقات از برترین افراد در سطح هر دانشگاه می‌باشند، چنین اشکالاتی قابل تأمل است. در این جا به برخی از اشتباهات دانشجویان در حل یکی از مسایل آنالیز (مسأله پنجم روزاول) که نگارنده و آقای دکتر مصلحیان تصحیح کنندگان آن بودیم پرداخته شده است. سؤال این بود:

نشان دهید $\mathbb{R}^2$ زیرمجموعه‌ای چگال دارد که هیچ سه نقطه‌اش هم خط نیستند.

پاسخ: مجموعه گوی‌هایی که هم شعاع و هم مرکزشان گویاست، شماراست. آن‌ها را به صورت $\{B_1, B_2, B_3, \dots\}$ اندیس گذاری می‌کنیم. اگر $\{x_n\}$ دنباله‌ای از نقاط صفحه باشد که برای هر n داشته باشیم $x_n \in B_n$ ، آنگاه مجموعه نقاط این دنباله در صفحه چگال است. برای این که شرط دیگر نیز برقرار شود، کافی است به شکل استقرایی x_n را طوری انتخاب کنیم که برای هر $i < j < n$ ، در راستای خط گذرنده از دو نقطه x_i و x_j نباشد. این کار ممکن است، زیرا تعداد متناهی خط نمی‌توانند یک گوی را بپوشانند. (البته روش‌های دیگری با ایده مشابه برای حل این مسأله وجود دارد که برخی از دانشجویان به آن اشاره نموده بودند).

- اولین و رایج‌ترین اشکال در استفاده از عباراتی نظیر "به سادگی دیده می‌شود"، "مسئله"، "واضح است که" و ... است که استفاده بدون دقت از این عبارات گاهی واقعاً خطرناک است!
- نمونه دیگر در بیان نادرست فرض خلیف و استفاده غلط از سورهاست، که توسط برخی از شرکت کنندگان به صورت‌های زیر بیان شده بود:

(الف) فرض کنیم $A \subseteq \mathbb{R}^2$ و A دارای سه نقطه هم خط باشد. ثابت می‌کنیم این مجموعه نمی‌تواند در $\mathbb{R}^2$ چگال باشد.

(ب) فرض کنیم A زیرمجموعه چگالی از $\mathbb{R}^2$ باشد. می‌خواهیم نشان دهیم هیچ سه نقطه A همخط نیستند.

(ج) فرض کنیم هر سه نقطه هر زیرمجموعه چگال $\mathbb{R}^2$ همخط باشند.

(د) فرض کنیم به ازای هر $A \subseteq \mathbb{R}^2$ ، مجموعه A چگال است و هر سه نقطه آن روی یک خط قرار داشته باشند.

- یکی دیگر از مشکلات دانشجویان ناشی از آن بود که در مواجهه با مسائل ریاضی رسم شکل و شهود را به طور کلی نادیده می‌گرفتند، درحالی که یکی از استراتژی‌ها در حل مسائل ریاضی رسم شکل

رشته نوشته نشده باشد ولی میلیون‌ها کاربر که همگی قادر به تغییر بوده‌اند بر آن نظارت داشته‌اند تا این که به صورت کنونی درآمده و در آینده نیز این تغییرات ادامه خواهد داشت. بنابراین گرایش‌های خاص فکری تأثیر کمی بر آن داشته‌اند.

یکی از مهمترین انتقاداتی که بر ویکی پدیا وارد کرده‌اند این است که آیا می‌توان به مطالبی استناد کرد که هیچ کس مسئولیت صحت آن را به عهده نمی‌گیرد؟ آیا مقالاتی که هر کاربری با هر میزان اطلاعات در مورد آن موضوع می‌تواند آن را تغییر دهد قابل اعتماد است؟ در پاسخ به این انتقاد، ویکی پدیا بخش‌های ویژه‌ای را در دسترس کاربران قرار داد تا بتوانند تشخیص دهند که کاربران گذشته چه کسانی (با IP) بودند و چه تغییراتی در مقاله ایجاد کرده‌اند. بعلاوه این دایره‌المعارف شاید به عنوان تنها مرجع اصلی مورد استناد قطعی قرار نگیرد اما به عنوان منبعی برای شروع یک جستجوی بهتر قطعاً مفید خواهد بود.

تأسیس ویکی پدیا برای این نظریه استوار بوده است که همکاری کاربران در تکمیل مقالات می‌تواند به مرور زمان مجموعه کامل‌تری را فراهم آورد این روش همکاری در تألیف و ویرایش مقالات، موجب می‌شود هم به سرعت مداخل جدیدی ایجاد شود و هم مداخل موجود همواره به روز باقی بماند.

ویکی پدیا پروژه‌ای فرهنگی است که توسط بنگاه غیرانتفاعی ویکی مدیا در حال اجرا می‌باشد. این بنگاه چندین پروژه چند زبانه با محتویات آزاد با عناوین زیر را نیز ایجاد کرده یا در دست اقدام دارد:

- ویکی واژه: فرهنگ واژه‌ها و اصطلاح‌نامه www.wiktionary.org
- ویکی کتب: متون و کتابچه راهنماهای آزاد www.wikibooks.org
- ویکی گفتاورد: مجموعه‌ای از نقل قول‌ها www.wikiquote.org
- ویکی نبشته: متون پایه و مرجع آزاد www.wikisource.org
- ویکی گونه: راهنمای گونه‌های زیستی www.wikispecies.org
- ویکی گزارش: مرجع خبری با محتوای آزاد www.wikinews.org
- ویکی انبار: انبار پرونده‌های چند رسانه‌ای عمومی www.wikimedia.org

فراویکی: هماهنگ کننده پروژه‌های ویکی مدیا

www.meta.wikimedia.org

زبان فارسی نیز در ویکی پدیا در میان زبان‌های دیگر وجود دارد اما تعداد مقالات موجود نسبت به بسیاری از زبان‌های دیگر بسیار کم می‌باشد بنابراین همت فارسی زبانان علاقه‌مند را می‌طلبد که با نگارش و ترجمه مقالات ارزشمند فارسی، نام فارسی را در میان زبان‌های علمی دنیا زنده نگهدارند.

منابع:

۱. سمیعی، محمد. سیمرغ دانایی معرفی و بررسی دانشنامه ویکی پدیا. کتاب ماه (کلیات)، اسفند و فروردین ۸۴ ص. ۵۶-۶۳
۲. www.wikipedia.org

شهربانو صادقی گورچی

کارشناس اطلاع رسانی دانشگاه فردوسی مشهد

اخبار انجمن

زیرنظر رشید زارع‌نهندي

گزارش مسؤول علمی سی و یکمین
مسابقه ریاضی دانشجویی کشور

از راست: اسداله نیکام، کسری علیشاهی، فریبرز آذربانه، محمد صال مصلحیان، حسین مومنائی، شیرین حجازیان
امید نقشبته، حسن شیردره حقیقی، میرامید حاجی میرصادقی

سی و یکمین مسابقات ریاضی دانشجویی کشور صبح روز ۸۶/۲/۲۰ با شرکت ۴۱ تیم ۵ نفره از دانشگاه‌های مختلف کشور در دانشگاه فردوسی مشهد آغاز شد. پیش از آن، کمیته علمی مسابقه ریاضی متشکل از آقایان دکتر حسن شیردره حقیقی، مجتبی قیراطی، امید نقشبته، ارجمند و اینجانب در چهار جلسه طولانی (دو جلسه در تهران و دو جلسه در مشهد) با بررسی سؤالات رسیده از دانشگاه‌های مختلف و هم‌چنین سؤال‌های طراحی شده توسط کمیته علمی، ۲۴ سؤال را در دو دسته ۱۲ تایی در شاخه‌های مختلف آماده کرده و ساعت ۶/۳۰ صبح روز ۸۶/۲/۲۰ توسط کمیته علمی و سرپرستان تیم‌های ریاضی، شش سؤال از یک دسته برای آزمون اول انتخاب شد.

آزمون روز اول به مدت ۴ ساعت و در ساعت ۱ بعدازظهر روز ۸۶/۲/۲۰ به پایان رسید و ساعت ۳ بعدازظهر همان روز کمیته تصحیح اوراق متشکل از آقایان حسن شیردره حقیقی، مجتبی قیراطی، امید نقشبته، ارجمند، حسین مومنائی، علی رضایی‌علی‌آباد، بهروز مشایخی‌فر، مجید میرزاویری، علیرضا سالمکار، کسری علیشاهی، میرامید میرصادقی، محمد صال مصلحیان و خانم مریم خسروی کار طاقت‌فرسای تصحیح اوراق را آغاز و تا ساعت ۲۴ ادامه دادند. این جریان برای آزمون روز دوم نیز تکرار شد و نتایج هر دو آزمون تا ساعت ۲۴ روز ۸۶/۲/۲۱ آماده شد. صبح روز ۸۶/۲/۲۲ نتایج به سرپرستان اعلام شد و از ساعت ۱ بعدازظهر روز ۸۶/۲/۲۲ تا ساعت ۷ بعدازظهر به اعتراضات سرپرستان با حضور آن‌ها رسیدگی شد و بعد از اعتراضات نتیجه نهایی انفرادی

است و نقش شهود در درک بهتر مفاهیم ریاضی غیر قابل انکار است.

به عنوان مثال قسمت‌های الف و ب در مثال قبل به راحتی با در نظر گرفتن $A = \mathbb{R}^2$ نقض می‌شود، در صورتی که دانشجویان با صرف وقت و انرژی زیادی سعی در اثبات آن داشتند و یا در مواردی دانشجویان با استفاده از مجموعه چگال $\mathbb{Q}$ در $\mathbb{R}$ مجموعه‌هایی به صورت A و B ساخته و تلاش می‌کردند تا ثابت کنند $A \times B$ مجموعه مورد نظر سؤال است. در صورتی که به سادگی می‌توان دید اگر یکی از این مجموعه‌ها دارای حداقل سه عضو باشد، شبکه فوق دارای ۳ نقطه هم خط است.

مورد دیگر استفاده ناصحیح از مفهوم مجموعه است. در نظریه شهودی مجموعه‌ها ویژگی اساسی مجموعه مشخص بودن اعضای آن است که اغلب توسط دانشجویان نادیده گرفته شده بود. مثلاً دانشجویی مجموعه‌ای را به صورت ذیل معرفی نموده بود:

مجموعه A را مجموعه نقاطی از صفحه می‌گیریم که هیچ سه‌تای آن‌ها هم‌خط نیستند. (و ثابت می‌کنیم که این مجموعه چگال است.)

• در پاسخ به سؤال مورد نظر، برخی از دانشجویان استدلال‌هایی ارائه نمودند که در نوع خود منحصر به فرد بودند (!). در ادامه به این موارد پرداخته شده است.

(i) دانشجویی در اثبات خود طی عملیاتی به یک رابطه تساوی رسیده بود که در یک طرف آن عبارتی بر حسب اعداد گویا و در طرف دیگر عبارتی بر حسب اعداد اصم قرار داشت و ادعا نموده بود که به تناقض رسیده است! در حالی که این وضعیت در عبارتی نظیر $\sqrt{2} - (2 + \sqrt{2}) = 1 + 1$ بدون هیچ مشکلی می‌تواند رخ دهد.

(ii) در اثباتی چنین آمده بود: "نقطه‌ای دلخواه در صفحه در نظر می‌گیریم و دایره‌ای به مرکز این نقطه و شعاع بی‌نهایت رسم می‌کنیم."

(iii) در جایی دیگر دانشجویی نوشته بود: "هم خط بودن سه نقطه A و B و C یعنی این که $AB + BC + AC = 0$ ولی این نتیجه (!) حکم قضیه نیست. بلکه حکم قضیه این است که $AB + BC + AC \neq 0$ که تناقض است (!)."

(iv) دانشجویی راه حل خود را چنین آغاز نموده بود: "اگر هر سه نقطه مورد نظر هم خط باشند، پس روی مجموعه اعداد حقیقی قرار دارند و می‌دانیم اعداد حقیقی در صفحه چگال نیستند."

مشاهده این قبیل موارد مؤید این مطلب است که متأسفانه عده‌ای از دانشجویان ما در رشته ریاضی دارای ضعف‌های غیر قابل اغماضی در درک مفاهیم اساسی ریاضی و بیان استدلال منطقی ریاضی می‌باشند و حل این مسأله نیازمند توجهی جدی و ویژه به درس‌هایی مانند مبانی ریاضیات است و صرف وقت مضاعف در این مقوله می‌تواند مثر ثمر باشد.

مریم خسروی

دانشجوی دکتری دانشگاه تربیت معلم تهران