از طرف مؤسساتشان (مثل بنیاد نخبگان ما) شرایط مناسب محیطی و حمایت مالی در اختیار استادان علاقه‌مند داوطلب و هم‌چنین دانشجویان زبده می‌گذارند.

- **چه انگیزه‌هایی می‌تواند دانشجویان و استادان جوان ما را در کشور ماندگار کند؟**

امروزه شاهدیم که اکثر جوانان نخبه ما به دلیل کمبود امکانات به خارج می‌روند و بازنمی‌گردند، بنابراین باید تسهیلاتی برای تحقیقات آن‌ها فراهم شود تا پس از تحصیل در خارج، به کشور بازگردند. از طرف دیگر می‌بینیم که بسیاری از استادان ما با وجود کمبود امکانات در کشور می‌مانند. انگیزه‌های بسیاری هست که با کمبود امکانات مقابله می‌کند، آموختن به جوانان هموطن و نوآوری در مکاتب مختلف ریاضی در کشور، انگیزه‌هایی است که دانشمند ایرانی را تشویق می‌کند تا با وجود کمبود امکانات در کشور بماند، ولی مسئولان نیز نباید غافل شوند، بلکه باید تسهیلات لازم برای تحقیق و زندگی را فراهم کنند.

* دانشگاه صنعتی شریف

★ ★ ★

اطلاعیه

یادآوری می‌شود جهت تمدید دوره عضویت مهر۹۴ الی مهر۹۵ می‌توانید از طریق پرتال عضویت انجمن به نشانی http://imsmembers.ir اقدام نمایید.

(جهت تمدید عضویت وارد پروفایل شخصی خود شوید و از منوی نارنجی رنگ بر روی «نمایش عضویت‌های حقیقی» کلیک نموده و «عضویت جدید» را انتخاب نمایید.)

اعضای اتحادیه انجمن‌های علمی و معلمان ریاضی ایران، انجمن آمار ایران، انجمن ایرانی تحقیق در عملیات، انجمن شورای خانه‌های ریاضیات ایران، انجمن رمز ایران، انجمن ریاضی آمریکا، انجمن ریاضی فرانسه، انجمن سیستم‌های فازی از پنجاه درصد تخفیف برای عضویت انجمن ریاضی ایران برخوردار می‌باشند.

خواهشمند است در صورت وجود هر گونه ابهام با دبیرخانه انجمن تماس حاصل نمایید.

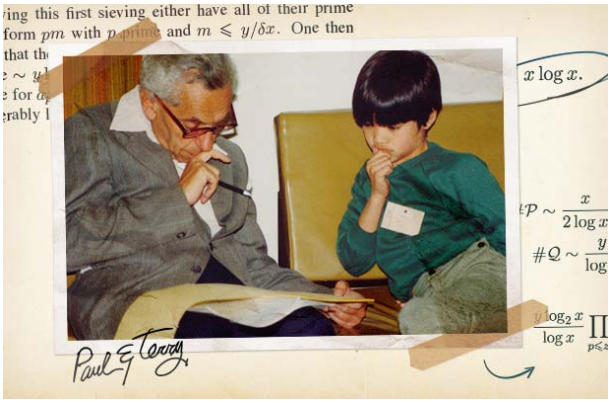
رشد فاصله بین اعداد اول پس از سکونی طولانی

ترجمه: شیرین حجازیان*

اریکا کلاریچ[۹]، مجله کوانتا، دسامبر ۲۰۱۴

این متن ترجمه مقاله زیر است:

Erica Klarreich, Prime Gap Grows After Decades-Long Lull, Quanta Magazine, December10, 2014.



عکس: اولنا شمالو/مجله کوانتا، با استفاده از آرشیو شخصی ترنس تائو، پاول اردوش (چپ) و ترنس تائو در سال ۱۹۸۵ در حال گفتگوی ریاضی. آگوست گذشته، تائو و چهار ریاضی‌دان دیگر یک حدس قدیمی اردوش را ثابت کردند که این نخستین پیشرفت مهم در ۷۶ سال گذشته درباب فاصله ممکن بین اعداد اول بوده است.

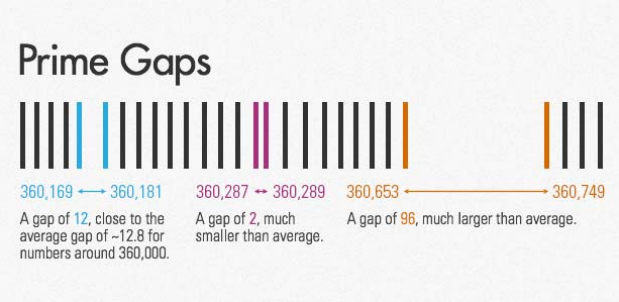
در ماه می ۲۰۱۳ ایتانگ ژانگ[۱۰] ریاضی‌دانی از دانشگاه نیوهمپشایر نتایج مطالعه یک سال و نیمه خود درباره اعداد اول، اعدادی که بر هیچ عدد کوچکتری به جز یک بخش‌پذیر نیستند، را اعلام کرد. او برای اولین بار نشان داد اگر چه اعداد اول با پیشروی روی محوراعداد به‌طور فزاینده‌ای کمیاب می‌شوند، ولی هرگز یافتن جفت‌هایی از آن‌ها که حداکثر فاصله کرانی معینی را باهم دارند متوقف نمی‌شود. او ثابت کرد این کران ۷۰ میلیون است.

پس از آن چندین ریاضی‌دان با همفکری یکدیگر ضمن حمله به حدس معروف اعداد اول دوقلو، که بیان می‌کند تعداد نامتناهی جفت اعداد اول با فاصله ۲ وجود دارند، توانستند کران ۷۰ میلیونی او را بهبود بخشیده و آن را به ۲۴۶ تقلیل دهند.

اکنون ریاضی‌دانان به نخستین پیشرفت اساسی در ۷۶ سال گذشته در جهت عکس این پرسش دست یافته‌اند: اعداد اول متوالی چقدر از هم فاصله دارند؟ وقتی روی محور اعداد حرکت می‌کنید میانگین فاصله اعداد اول به بی‌نهایت می‌گراید، ولی در هر فهرست متناهی از اعداد بیشترین فاصله بین اعداد اول می‌تواند بسیار بیش

[۹] Yitang Zhang
[۱۰] Erica Klarreich

از میانگین باشد و تا کنون هیچ‌کس نتوانسته بزرگی این فاصله‌ها را تعیین کند.



عکس: اولنا شمالو/ مجله کوانتا

به قول اندرو گرانویل[11] یک متخصص نظریه اعداد در دانشگاه مونترال "این یک پرسش بدیهی است، یکی از اولین پرسش‌هایی که ممکن است در مورد اعداد اول بپرسید. ولی پاسخ به آن تقریباً به مدت ۸۰ سال معطل مانده است."

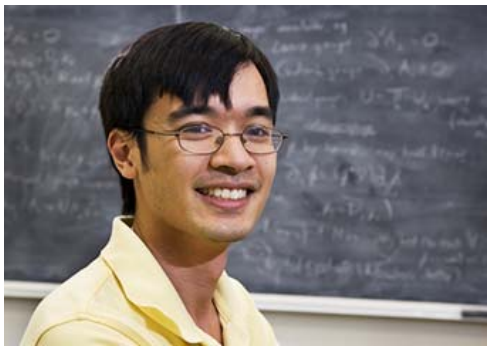
در آگوست ۲۰۱۳، دو گروه از ریاضی‌دانان به‌طور جداگانه با انتشار مقالاتی یک حدس قدیمی پاول اردوش[12] در مورد بزرگی فاصله بین اعداد اول را ثابت کردند و در حال حاضر، این دو تیم با ملحق شدن به یکدیگر سعی در قوی‌تر کردن نتایجشان دارند و انتظار می‌رود که به زودی مقاله تازه‌ای منتشر کنند.

اردوش که یکی از تأثیرگذارترین ریاضی‌دانان قرن بیستم به شمار می‌رود، در طول زندگی خود صدها مسأله ریاضی مطرح کرد و علاقه‌مند بود که برای حل آن‌ها جایزه‌ای نقدی نیز تعیین کند. اگر چه این جوایز معمولاً حدود ۲۵ دلار بود ولی برای حل مسأله فاصله اعداد اول (آن‌طور که خودش بعدها نوشت "در اقدامی عجولانه") ۱۰۰۰۰ دلار معین کرد که این بالاترین جایزه پیشنهادی وی در طول زندگیش بود.

حدس اردوش بر مبنای کران عجیب فاصله‌های بزرگ بین اعداد اول است که در سال ۱۹۳۸ توسط ریاضی‌دان اسکاتلندی رابرت الکساندر رانکین[13] به دست آمد. رانکین نشان داد که برای عدد به اندازه کافی بزرگ X، بزرگ‌ترین فاصله بین اعداد اول کمتر از X حداقل برابر است با

$$\log X \log\log X \log\log\log\log X/۳(\log\log\log X)^۲$$

به گفته ترنس تائو[14] از دانشگاه کالیفرنیا شاخه لس آنجلس که به همراه کوین فورد[15] از دانشگاه ایلی نوی، بن گرین[16] از دانشگاه آکسفورد و سرگئی کنیاگین[17] از انستیتوی ریاضی استکلوف مسکو، یکی از این دو مقاله جدید را نوشته است، فرمول‌های نظریه اعداد به دلیل داشتن تعداد زیادی log (لگاریتم طبیعی) شهرت بدی دارند. یک شوخی رایج بین متخصصین این رشته وجود دارد که می‌گوید: یک نظریه اعدادان در حال غرق شدن چه می‌گوید؟ . . . log log log



ترنس تائو از دانشگاه کالیفرنیا در لس‌آنجلس می‌گوید این اولین حدس اردوش است که او موفق به حل آن شده است.

ترنس تائو می‌گوید "دستاورد رانکین یک فرمول عجیب است که هرگز نمی‌توان تصور کرد به‌طور طبیعی حاصل شده باشد و پس از انتشار آن همه فکر می‌کردند که این فرمول به دلیل عجیب بودن به سرعت بهترخواهد شد ولی برای بیش از ۷۰ سال فقط بهبودهای اندکی یافت."

بسیاری از ریاضی‌دانان معتقدند که فاصله‌های بزرگ بین اعداد اول احتمالاً به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیشتر است، بیش از مرتبه $logX^۲$، ایده‌ای که ابتدا در سال ۱۹۳۶ توسط ریاضی‌دان سوئدی هارالد کرامر[18] بیان شد. به گفته تائو "فاصله‌هایی از مرتبه $logX^۲$ در صورتی ظاهر می‌شوند که اعداد اول مانند گردایه‌ای از اعداد تصادفی رفتار کنند، که از بسیاری جهات هم این‌گونه به نظر می‌رسد. اما هنوز هیچکس به اثبات حدس کرامر نزدیک نشده و باید اذعان نمود که ما درک کاملی از اعداد اول نداریم."

اردوش حدس معتدل‌تری ارائه داد: امکان دارد بتوان ضریب ۱/۳ در فرمول رانکین را با هر عدد بزرگ دلخواهی جایگزین نمود، به شرط آن‌که به اندازه کافی در طول محور اعداد پیش برویم. این بدان معناست که اعداد اول می‌توانند فاصله‌ای بسیار بیش از فرمول رانکین داشته باشند، هر چند هنوز کمتر از حدس کرامر. هر دو اثبات حدس اردوش بر اساس روشی ساده برای ساختن فاصله بین اعداد اول استوارند. یک فاصله بزرگ بین اعداد اول چیزی نیست به جز رشته‌ای طولانی از اعداد مرکب متوالی بین دو عدد اول. در این‌جا روشی ساده برای ساختن

[11] Andrew Granville
[12] Paul Erdös
[13] Robert Alexander Rankin
[14] Terence Tao
[15] Kevin Ford
[16] Ben Green
[17] Sergei Konyagin
[18] Harald Cramér

چنین رشته‌ای بیان می‌کنیم که برای مثال شامل ۱۰۰ عدد مرکب متوالی باشد. با اعداد $۲, ۳, ۴, \ldots, ۱۰۱$ شروع کرده به هر یک از آن‌ها $۱۰۱!$ را اضافه می‌کنیم. رشته حاصل عبارت است از: $۱۰۱! + ۲, ۱۰۱! + ۳, ۱۰۱! + ۴$ و $\ldots, ۱۰۱! + ۱۰۱$. چون $۱۰۱!$ بر هر یک از اعداد $۲, \ldots, ۱۰۱$ بخش‌پذیر است، هر یک از اعداد این رشته مرکب هستند. مثلاً $۱۰۱! + ۲$ بر ۲ و $۱۰۱! + ۳$ بر ۳ قابل قسمتند و الی آخر. جیمز مینارد[۱۹] ریاضی‌دانی از دانشگاه آکسفورد و نویسنده مقاله دوم می‌گوید تمام برهان‌های ساخت فاصله بین اعداد اول با استفاده از تغییر کوچکی در همین برهان دبیرستانی به دست می‌آیند.

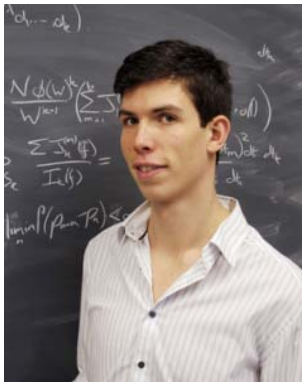
اعداد مرکب رشته فوق بسیار بزرگ هستند زیرا $۱۰۱!$ دارای ۱۶۰ رقم است. برای بهبود فرمول رانکین، ریاضی‌دانان مجبور بودند نشان دهند که رشته‌های اعداد مرکب خیلی زودتر در محور اعداد ظاهر می‌شوند به این معنی که می‌توان عدد به مراتب کوچکتری را به رشته‌ای مانند $۲, ۳, \ldots, ۱۰۱$ اضافه کرد و باز هم به رشته ای از اعداد مرکب دست یافت.

به‌منظور دستیابی به الگویی برای فاصله اعداد اول هریک از دو تیم مذکور با بهره‌گیری از یافته‌های تازه، (و در هر مورد با انتخاب اعدادی متفاوت) روش فوق را در پیش گرفتند. مقاله مینارد در یک چرخش زیبا از ابزارهایی که سال قبل از آن برای درک فاصله اعداد اول ابداع کرده بود، بهره گرفت. در حال حاضر این پنج پژوهشگر به هم پیوسته‌اند تا کران جدید خود را بهبود بخشند و بر آنند تا نسخه اولیه مقاله را که به‌نظر تائو به‌وسیله ابزارهای جدید، روش پایه‌ای رانکین را تا حد ممکن بهبود می‌بخشد به‌زودی منتشر کنند.

این کار جدید هیچ کاربرد فوری ندارد، هر چند که یافتن فاصله‌های بزرگ اعداد اول در نهایت در الگوریتم‌های رمزگذاری به کار می‌رود. مینارد می‌گوید، اگر ثابت شود که رشته‌های عددی طولانی‌تری فاقد عدد اول وجود دارند که حتی طولانی‌تر از حدس کرامر هستند، آنگاه الگوریتم‌های رمزگذاری با مشکل اصولی مواجه خواهند شد، چرا که این الگوریتم‌ها وابسته به یافتن اعداد اول بزرگ هستند. در واقع اگر با بدشانسی، در شروع یک رشته طولانی آزمون اول بودن اعداد را آغاز کنند، اجرای الگوریتم زمان بسیار زیادی به طول خواهد انجامید. اما تائو یک انگیزه شخصی نیز در مطالعه فاصله اعداد اول داشت. به گفته خودش "این چیزها به نوعی طعنه‌آمیز است. شما یک متخصص اعداد اول هستید ولی سؤال‌های پایه‌ای وجود دارند که با وجود آن که مردم قرن‌ها در مورد آن‌ها اندیشیده‌اند، پاسخی برای آن‌ها ندارید."

اردوش در سال ۱۹۹۶ درگذشت، ولی رونالد گراهام[۲۰] ریاضی‌دانی از دانشگاه کالیفرنیا شاخه سن دیه گو که همکاری‌های گسترده‌ای با اردوش داشت، پرداخت جایزه ۱۰۰۰۰ دلاری او را بر عهده گرفت. درسال ۱۹۸۵ تائو که در آن زمان یک اعجوبه ده ساله بود، در جریان یک گردهمایی ریاضی اردوش را ملاقات کرد.

او که در سال ۲۰۰۶ برنده جایزه فیلدز یعنی پرافتخارترین جایزه در ریاضیات گردید، به خاطر می‌آورد که "وی مانند یک ریاضی‌دان هم سطح با من به بحث بسیار جدی ریاضی پرداخت". تائو می‌گوید که این اولین جایزه اردوش است که برنده آن شده است و این مایه خوشحالی بسیار اوست. وی اکنون در حال بررسی این ایده است که جایزه جدیدی برای بهبود بخشیدن کافی به نتایج اخیر برقرار سازد.



جیمز مینارد از دانشگاه آکسفورد که دومین مقاله را در اثبات حدس اردوش در باب فاصله اعداد اول منتشر نمود.

گرانویل اظهار می‌دارد که پیشرفت‌های اخیر در فهم فاصله‌های کوچک و بزرگ بین اعداد اول نسل جدیدی از متخصصان نظریه اعداد را پدید آورده است که هر چیزی را ممکن می‌پندارند. او می‌گوید در زمانی که من به‌عنوان یک ریاضی‌دان در حال رشد بودم، می‌پنداشتیم که این‌ها پرسش‌های ابدی هستند که تا عصر دیگری بی‌پاسخ می‌مانند، ولی فکر می‌کنم که در یکی دو سال گذشته نگرش‌ها متفاوت شده است. در حال حاضر جوان‌هایی وجود دارند که دارای انگیزه‌هایی بسیار بیش از گذشته‌اند زیرا شاهد آن بوده‌اند که می‌توان پیشروی‌های عظیم داشت.

مقالات مرتبط

1. Erica Klarreich, Unheralded Mathematician Bridges Prime Gap, Quanta Magazine, May 2013.
2. Erica Klarreich, Together and Alone, Closing the Prime Gap, Quanta Magazine, November 2013,

* دانشگاه فردوسی مشهد

[۱۹] James Maynard
[۲۰] Ronald Graham