

تفصیل در مقاله‌ای که توسط رومرو (D. Romero) و سانچز آرویا (A. Sanchez Arroyo) بیان شده و فقط آن‌ها را بیان و جمع‌بندی می‌کنیم. دوتای دیگر حدس‌های مشهور و با قدمتی هستند.

حدس اردوش - فابر - لواش

هر گرافی که بتوان آن را به k گراف کامل با k راس تجزیه کرد، k - رنگ پذیر است. (P. Erdős, V. Faber & L. Lovász ۱۹۷۲)

حدس آلن - ساکس - سیمور

هر گرافی که بتوان آن را به $k-1$ گراف دوبخشی کامل تجزیه کرد، k - رنگ پذیر است. این حدس برای گراف‌های کامل درست است. (R. L. Graham and H. O. Pollak 1971; H. Tverberg 1982)

حدس هادویگر:

گرافی که $k+1 =$ مینور نداشته باشد، $k =$ رنگ پذیر است. (H. Hadwiger 1943) ثابت شده است که این حدس برای $k \leq 5$ درست است.

هم‌چنین گرافی که $K_{k+1} =$ مینور نداشته باشد را می‌توان با حداکثر $ck\sqrt{\log k}$ رنگ، رنگ آمیزی کرد که در آن c عدد ثابت است.

رنگ آمیزی تام گراف:

یک رنگ آمیزی (سره) تام یک گراف، اختصاص رنگ به رئوس و یال‌های آن است به طوری که هیچ دو رأس مجاور، هیچ دو یال مجاور و هیچ رأس و یال رنگ یکسان نداشته باشند.

قضیه بروکس برای گراف ساده با حداکثر درجه Δ ، تضمین می‌کند که یک رنگ آمیزی رأسی حداکثر $\Delta + 1$ رنگی است. قضیه ویزینگ (Vizing) نیز تضمین می‌کند که یک رنگ آمیزی یالی نیز حداکثر به $\Delta + 1$ رنگ نیاز دارد. رنگ آمیزی هم‌زمان یال و رأس بسیار پیچیده‌تر است. حدس رنگ آمیزی کامل ادعا می‌کند که تنها یک رنگ اضافی نیاز است که به این امر دست یابیم.

حدس بهزاد - ویزینگ:

هر گراف ساده با حداکثر درجه Δ ، برای رنگ آمیزی حداکثر به $\Delta + 2$ رنگ نیاز دارد. (M. Behzad 1965 V. G. Vizing) ثابت شده است که هر گراف ساده با حداکثر درجه Δ ، (برای Δ های بزرگ) یک رنگ آمیزی تام توسط $\Delta + 1$ رنگ دارد. (M. Molloy & B. Reed 1998)

* دانشگاه یزد

حدس‌های زیبای نظریه گراف

سعید علیخانی*

گزارشی از یک مقاله

Adrian Bondy, Beautiful conjectures in graph theory, European Journal of Combinatorics 37 (2014) 4-23.

جی.اچ. هاردی می‌گوید: "الگوهای ریاضی‌دان باید مانند الگوهای یک شاعر و یا یک نقاش زیبا باشد. ایده‌ها باید همانند رنگ‌ها در جهان واقعی با هم هماهنگی داشته باشند. زیبایی اولین آزمون است. در این دنیا جایی برای ریاضیات زشت وجود ندارد." به‌طور قطع همه ریاضیات نمونه‌ای از زیبایی نیست. اما با باور به این‌که زیبایی در دل بهترین قسمت‌های ریاضی نهفته است، در مقاله حدس‌های زیبای نظریه گراف که اخیراً توسط باندی در مجله ترکیبیات اروپا به چاپ رسیده است، تلاش شده است تا برخی از بهترین حدس‌های نظریه گراف بازگو شود. البته باندی تصریح کرده است که مانند حیطه‌های انتخاب شده، انتخاب خود حدس‌ها نیز فقط انتخاب او بوده است!

برتراند راسل می‌گوید: "ریاضیات، تنها حقیقت را ارائه نمی‌دهد بلکه یک زیبایی اعلی را نیز نشان می‌دهد، یک زیبایی سرد و سخت مانند یک مجسمه". باندی انتخاب‌های خود از حدس‌های زیبای نظریه گراف را بر محورهای زیر استوار ساخته است.

- سادگی: کوتاهی، حالات ساده‌ای که پایه‌های مطلب را به هم مرتبط می‌کند.
- شگفتی: ارتباط میان موضوعات به ظاهر بی‌ربط.
- کلیت: معتبر بودن برای حیطه‌ی وسیعی از اشیا.
- مرکزیت: ارتباط نزدیک با نظریه‌ها و یا حدس‌های موجود.
- طول عمر: حداقل با طول عمر ۲۰ سال.
- باروری: اقدام برای حل حدس باید منجر به ورود به جنبه‌های دیگر و یا تکنیک‌های اثبات دیگر شود.

برخی از این حدس‌های زیبا به انتخاب باندی از این قرارند:

رنگ آمیزی رأسی گراف:

مفهوم رنگ آمیزی به نظریه گراف نیز وارد شده و بسیاری از سوالات را می‌توان در قالب سوالات رنگ آمیزی فرمول‌بندی کرد. بسیاری از این سوالات را می‌توان در کتاب "مسائل رنگ آمیزی گراف" نوشته‌ی جنسن (T. Jensen) و تافت (B. Toft) پیدا کرد. ما در این‌جا خود را محدود به حدس‌های ساده در این مبحث می‌نماییم. دوتای اول که خیلی دست‌به‌دست می‌شوند به