برندگان جایزه آبل سال ۲۰۱۵

حسن حقیقی*

آکادمی علوم و ادبیات نروژ در ۲۵ مارس سال جاری میلادی، جان نَش از دانشگاه پرینستون و لوئیس نِیرنبِرگ از مؤسسه ریاضی کورانت دانشگاه نیویورک را، به خاطر نقش تأثیرگذار و عمیق‌شان در پیشبرد نظریه معادلات با مشتقات جزیی غیرخطی و کاربردهای آن در آنالیز هندسی، به عنوان نامزدهای دریافت جایزه آبل ۲۰۱۵ اعلام کرد. این جایزه در روز ۱۹ ماه می سال جاری میلادی، توسط هارالد پنجم، پادشاه نروژ، به‌طور مشترک به این دو ریاضی‌دان اعطا گردید.

معادلات دیفرانسیل جزیی، یکی از حوزه‌های ریاضیات است که از شاخه‌های مختلف ریاضیات هم‌چون هندسه، آنالیز، جبرخطی، ... استفاده می‌کند تا وجود جواب‌های این نوع معادلات را بررسی کند و یا آن‌ها را تعیین کند. تلاقی این شاخه‌ها سبب شده تا ریاضیاتی عمیق در آن جریان پیدا کند و به حوزهٔ تحقیقاتی بسیار فعالی در مجموعه علوم ریاضی تبدیل گردد. به علاوه، این نوع معادلات برای توصیف قوانین اساسی پدیده‌ها در فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی و سایر علوم نیز به کار گرفته می‌شوند. این معادلات، همان‌طور که چندین نمونه موفق دهه‌های گذشته نشان داده، برای آنالیز اشیاء هندسی هم‌چون منیفلدها و ... نیز سودمند بوده‌اند.

جان نَش و لوئیس نِیرنبِرگ، از طریق حل مسائلی بنیادی در نظریه معادلات با مشتقات نسبی غیرخطی و معرفی ایده‌هایی عمیق، نقشی پیشتازانه در توسعه این نظریه داشته‌اند. موفقیت‌های آن‌ها عمدتاً در بسط و توسعه تکنیک‌های قوی و چندمنظوره بوده، که تبدیل به ابزاری اساسی برای مطالعه معادلات با مشتقات جزیی غیرخطی گردیده است. تأثیر این دو ریاضی‌دان را در تمامی شاخه‌های این نظریه، از نتایج وجودی بنیادی درباره جواب‌ها، تا مطالعه کیفی آن‌ها، هم در شرایط هموار و هم شرایط غیرهموار، می‌توان احساس کرد. علاوه بر این، نتایجی که این دو به دست آورده‌اند برای مطالعه عددی معادلات با مشتقات جزیی نیز حائز اهمیت هستند.

قضایای نشاندن طول‌پای، که امکان به واقعیت درآوردن یک خاصیت هندسی ذاتی، روی یک زیرمنیفلد فضای اقلیدسی را نشان می‌دهد، الهام‌بخش برخی از این پیشرفت‌ها بوده است. جایگاه قضایای نشاندن نَش در بین اصیل‌ترین نتایج آنالیز هندسی قرن بیستم قرار گرفته است. نَش، با اثبات قضیه‌ای که بیان می‌کند هر منیفلد را می‌توان به‌طور C^∞ هموار به‌عنوان یک زیرمنیفلد فضای اقلیدسی در نظر گرفت، نشان داد دیدگاه هندسه ذاتی ریمان با رهیافت قدیمی‌تر هندسه غیرذاتی هم ارزند. قضیه غیر هموار C^1 نشاندن نَش، که توسط کوی‌پر تعمیم داده شد، امکان عملی کردن نشاندن در یک فضای اقلیدسی را محقق می‌سازد، امری که در ابتد به خاطر پایاهای هندسی، هم چون خمیدگی گاوسی، به نظر ناممکن می‌نمود، این قضیه، هسته اصلی تمام نظریه انتگرال‌گیری محدب گروموف را تشکیل می‌دهد. به‌علاوه، پیشرفت‌های شگفت‌انگیز اخیر در این حوزه، فهم بهتر منظم بودن جریان سیال‌فشرده‌ناپذیر را سبب شده است. نِیرنبِرگ، با اثبات قضایای بنیادی نشاندن منیفلد S^2، که دارای خمیدگی گاوسی و یا متریک ریمانی از پیش تعیین شده‌ای است، در $\mathbb{R}^3$، مسائل کلاسیک مینکوفسکی و وایل را حل کرد (این آخری به‌طور هم‌زمان توسط پوگوروف، مورد بررسی قرار گرفته بود). این جواب‌ها، به دلیل این که هم منعکس‌کننده مسائل جاری یک حوزه‌ی در حال پیشرفت بودند و هم روش‌های ابداع شده، درست آن روش‌هایی بوده‌اند که کاربردهای بیشتری پیداکرده‌اند، حائز اهمیت هستند. کار نَش در محقق کردن منیفلدها به‌صورت واریته‌های جبری حقیقی، و قضیه نِیرنبِرگ ـ نیولَندر درباره ساختارهای مختلط، تأثیر بیش از پیش هردو برنده جایزه را در هندسه نشان می‌دهد.

فرض‌های مربوط به منظم بودن، گاه برای منسجم‌تر کردن اثبات‌ها و گاه برای ارائه چشم‌اندازهای کیفی ارزشمند درباره جواب‌ها، مشغولیتی روزمره در مطالعه معادلات دیفرانسیل جزیی

هستند. وقتی نَش، به موازات دی جیوونی، ثابت کرد اولین تخمین هولدر برای جواب‌های معادلات بیضوی خطی در بُعد کلی، بدون هیچ‌گونه فرض منظم بودن روی ضرایب، در میان سایر تبعات آن، یک جواب مسأله ۱۹ام هیلبرت درباره تحلیلی بودن کمینه‌کننده‌های تابعک‌های انتگرالی بیضوی را به دست می‌دهند، یک پیشرفت بزرگ در این حوزه به حساب آمد. چند سال پس از اثبات نَش، نِیرنبِرگ به‌همراه آمون و دوگِلیس، چندین برآورد بدیع منظم بودن برای جواب‌های معادلات بیضوی خطی با داده‌هایی در فضای L^P ارائه کرد که نظریه کلاسیک شاودِر را توسعه می‌داد و به غایت در کاربردهایی که چنین شرایط انتگرال‌پذیری روی داده‌هایی که قابل دسترس‌اند، مفید هستند.

این کارها نظریه جدید منظم بودن را، که از زمان تولدش، کاربردهایی در آنالیز، هندسه و احتمال و حتی در وضعیت‌های خیلی بعید غیرهموار داشته، پی‌ریزی کرده‌اند و بسیار گسترش پیدا کرده است. ویژگی‌های تقارنی معادلات نیز اطلاعاتی اساسی درباره جواب‌های معادلات دیفرانسیل جزیی غیرخطی، هم برای مطالعه کیفی آن‌ها و هم برای ساده‌سازی محاسبات عددی، فراهم می‌سازد. یکی از جالب‌ترین نتایج این حوزه، توسط نِیرنبرگ و با همکاری گیداس و نی به دست آمد: آن‌ها نشان دادند که هر جواب مثبت برای یک رده بزرگ از معادلات بیضوی غیرخطی، همان تقارنی را نشان می‌دهد که در خود معادلات وجود دارد. اگر چه نتایجی که نَش و نِیرنبرگ به‌دست آورده‌اند در رابطه با جواب‌های نوع خاصی از معادلات با مشتقات جزیی‌اند اما این نتایج به ابزارهای بسیار سودمندی تبدیل گردیده‌اند و کاربردهای بی‌نظیری در موقعیت‌های مختلف پیدا کرده‌اند. از میان رایج‌ترین این ابزارها، نامساوی‌های درون‌یابی منسوب به نِیرنبرگ، از جمله نامساوی‌های گالیاردو ـ نِیرنبرگ و نامساوی جان ـ نِیرنبرگ، را می‌توان نام برد. این آخری تعیین می‌کند که تا چه اندازه یک تابع با میانگین نوسان (بی‌ثباتی) کراندار (BMO) می‌تواند از مقدار متوسطش منحرف شود و دوگانی غیرمنتظره فضای توابع با میانگین نوسان کراندار (BMO) با فضای هاردی H^1 را توصیف می‌کند. نظریه منظم بودن دی گری گوری ـ موزر ـ نش و نامساوی نَش (که اولین بار توسط اشتاین به اثبات رسید) به ابزاری کلیدی در مطالعه احتمالاتی نیم‌گروه‌ها، در شرایط مختلف، از فضاهای اقلیدسی گرفته تا منیفلدهای هموار و فضاهای متریک، تبدیل گردیده است. قضیه تابع وارون موزر ـ نَش، روشی قدرتمند برای حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی اختلالاتی، از تمامی انواع آن، به دست می‌دهد. اگر چه در این نوشته کوتاه، تأثیر گسترده هم نیرنبرگ و هم نَش روی مجموعه ابزارهای جدید برای مطالعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی، به‌طور کامل پوشش داده نمی‌شود، اما لازم است از نظریه عملگرهای شبه دیفرانسیلی کوهِن ـ نیرنبرگ نیز نامی برده شود.

نَش و نِیرنبِرگ به‌عنوان دو شخصیت، علاوه بر قرار گرفتن در رفیع‌ترین جایگاه، در حوزه آنالیز معادلات با مشتقات نسبی، از طریق همکاری و تعامل‌شان، روی یکدیگر تأثیر فراوانی گذاشته‌اند. پیامدهای این تعامل ثمربخش، که در دهه ۱۹۵۰، در مؤسسه علوم ریاضی کورانت بنا نهاده شد، امروزه به شکلی آشکارتر از گذشته احساس می‌شود.

جایزه آبل، که مبلغ آن ۶۰۰۰۰۰۰ کرون نروژ (معادل ۷۵۰۰۰۰ یورو) است، به‌منظور ارج نهادن به دستاوردهای فوق‌العاده عمیق و تأثیرگذار در علوم ریاضی، به نامزد دریافت آن اعطا می‌شود. این جایزه در اول ژانویه ۲۰۰۲ بنیان نهاده شد و هر ساله به یک یا چندین ریاضی‌دان معاصر دنیا اعطا می‌شود. انتخاب کاندیدای برنده جایزه، بر اساس توصیه کمیته آبل، که مرکب از ۵ ریاضی‌دان برجسته بین‌المللی است صورت می‌گیرد. اعضای کمیته امسال عبارت بودند از: ماریا ایست از دانشگاه پاریس دو فن، رائول پاندهاری پانده، از دانشگاه ETH زوریخ، اِوا تا دروس از دپارتمان کامپیوتر دانشگاه کُرنل، جان روگنه از دپارتمان ریاضی دانشگاه اُسلو و سِدریک ویلانی از انستیتو هانری پوانکاره دانشگاه لیون بوده‌اند. ریاضی‌دانانی که در سال‌های گذشته این جایزه را دریافت کرده‌اند عبارتند از:

۱. ژان پی‌یر سِر (۲۰۰۳)،
۲. سِر مایکل عطیه و ایزادور سینگر (۲۰۰۴)،
۳. پیتر لَکس (۲۰۰۵)،
۴. لنار کارلسون (۲۰۰۶)،
۵. سرینیواس واردان (۲۰۰۷)،
۶. جان گیگز تامپسون و ژاک تیتز (۲۰۰۸)،
۷. میخائیل لئونودوویچ گُروموف (۲۰۰۹)،
۸. جان تُورنس تیت (۲۰۱۰)،
۹. جان میلنُر (۲۰۱۱)،
۱۰. آندره‌یِ زمِردی (۲۰۱۲)،
۱۱. پی‌یر دلینی (۲۰۱۳)،
۱۲. یاکوب سینایی (۲۰۱۴).

برگرفته از سایت جایزه آبل: http://www.abelprize.no

---

* دانشگاه خواجه نصیر طوسی