

## آنالیز غیرخطی

### یک معرفی کوتاه و عمومی

شهرام رضاپور\*

یکی از معمول‌ترین مثال‌ها برای فضاهاى متریک، فضای اقلیدسی اعداد حقیقی است. نمودار نگاشت‌های خطی پیوسته روی این فضا، خطوطی هستند که از مبدأ صفحه عبور می‌کنند و تعداد آن‌ها ناشماراست. اما چه تعداد نگاشت پیوسته داریم که خطی نیستند؟ جواب آن جالب است. به ازای هر نگاشت خطی پیوسته، ناشمارا نگاشت غیرخطی پیوسته داریم. جالب‌تر از آن این است که به ازای هر نگاشت غیرخطی پیوسته، ناشمارا نگاشت غیرخطی ناپیوسته داریم. این موضوع انگیزه اصلی لاکشمیکانتام (V. Lakshmikantham) برای پایه‌ریزی آنالیز غیرخطی در اواسط قرن بیستم بود. همان‌گونه که می‌دانید، مبانی آنالیز تابعی بر اساس نگاشت‌های خطی است و پایه‌ریزی آن توسط ریاضی‌دانان بسیاری در طی مدت زمانی طولانی انجام گرفت. به این ترتیب اصولاً پایه‌ریزی آنالیز غیرخطی با توجه به گستره بسیار زیاد آن، زمانی بسیار را می‌طلبید. از آن‌جا که این گسترگی نکته‌ای مثبت برای ریاضی‌دانان این حوزه بود و طبعاً کاربردهای مؤثرتری را می‌توانست در پی داشته باشد، در اندک زمانی این گرایش با اقبال بسیاری مواجه شد به طوری که مجلات تخصصی متعددی در این حوزه تأسیس و زیرشاخه‌های بسیاری نیز ایجاد شدند. در حال حاضر برخی از جذاب‌ترین کاربردهای ریاضی در این گرایش در حال پیدایش و بررسی هستند.

طبیعی است که در بدو پیدایش یک گرایش، اساسی‌ترین کار ایجاد مبانی اولیه است. اما مشکل اصلی کار با نگاشت‌های غیرخطی (به‌خصوص ناپیوسته‌ها) عدم امکان کنترل آن‌ها بود. در واقع با اصول، تکنیک‌ها و روش‌های شناخته شده، اغلب امکان کنترل، مهار و کار با نگاشت‌های غیرخطی وجود ندارد. اما در نهایت راه‌های متعددی توسط محققین ارائه و به نظر می‌رسد هنوز امکان ارائه تکنیک‌های جدید در این حوزه وجود دارد.

یکی از گرایش‌هایی که از آنالیز تابعی غیرخطی می‌توان استفاده نمود، نظریه نقطه ثابت است. در طول زمان و به خصوص در سال‌های اخیر، محققین این گرایش به استفاده از نگاشت‌هایی علاقه نشان دادند که ناپیوسته و حوزه تعریف آن‌ها یک گراف یا فضای مورد نظر دارای ترتیب و متریک مستقل باشند. این باعث شد که محققین این زمینه در حوزه‌ای بسیار گسترده کار کنند و کاربردهای پیچیده‌تری نسبت به قبل ارائه نمایند.

از این گرایش در حوزه‌های حل معادلات و دستگاه‌های دیفرانسیل کسری با شرایط مرزی پیچیده، حل دستگاه‌های شمول دیفرانسیل با شرایط مرزی جالب و حل دستگاه‌های تفاضلات

متناهی کسری استفاده شده است. اخیراً حتی شمول‌های تفاضلات متناهی کسری نیز معرفی و حل شده‌اند. باید توجه داشت که درصد بالایی از مقالات ریاضی در این حوزه‌ها به چاپ می‌رسند و محققین ایرانی بسیاری در این حوزه‌ها فعال هستند و خوشبختانه تعدادی از آن‌ها به‌عنوان عضو هیأت تحریریه برخی مجلات تخصصی این حوزه‌ها انتخاب شده‌اند.

در حال حاضر محققین در حال استفاده از این گرایش برای تحقیق‌های پیشرفته در آنالیز عددی هستند. به‌عنوان مثال در وادی سرعت هم‌گرایی روش‌های تکراری، نشان داده شده است که برای بسیاری از نگاشت‌های غیرخطی (حتی از نوع پیوسته و ساده آن‌ها) لزوماً روش پیکارد سرعت بالایی ندارد بلکه به نسبت دیگر روش‌ها از سرعت بسیار پایینی برخوردار است. در بررسی حل عددی دستگاه‌های پیچیده معادلات دیفرانسیل کسری نیز از آنالیز غیرخطی استفاده شده است و به نظر می‌رسد در آینده‌ای نه چندان دور، محققین آنالیز عددی که با روش‌های مدرن آنالیز غیرخطی آشنا نباشند، نتوانند به راحتی در مجلات معتبر مقاله چاپ کنند. جذابیت ترکیب آنالیز عددی با آنالیز غیرخطی در این نکته است که می‌توان روش‌های هم‌گرایی را برای نگاشت‌های ناپیوسته به‌کار برد حال آن‌که این امر در گرایش‌های متعدد آنالیز عددی کمتر دیده شده است.

بررسی ریاضی‌وار هر یک از مطالب فوق امکان‌پذیر است اما از آن‌جا که هدف اصلی این نوشته یک معرفی اجمالی بود، سعی بر آن شد که تا حد امکان از ارائه مطالب تخصصی ریاضی خودداری شود و تنها به ارائه کلیات و اطلاعاتی اولیه بسنده گردد.

\* دانشگاه شهید مدنی آذربایجان

★ ★ ★

### فراخوان جایزه شفیعیها

انجمن ریاضی ایران هر دو سال یک‌بار جایزه‌ای به نام «جایزه شفیعیها» به مترجمان و ویراستاران شایسته آثار ریاضی به زبان فارسی اهدا می‌کند. از اعضای جامعه ریاضی کشور، به‌خصوص اعضای انجمن ریاضی ایران، دعوت می‌شود تا پایان اردیبهشت‌ماه ۱۳۹۴ خود یا افراد دیگری را که برای دریافت این جایزه مناسب می‌دانند به هیأت امنای جایزه شفیعیها یا دفتر انجمن معرفی کنند.

علیرضا جمالی  
رئیس هیأت امنای