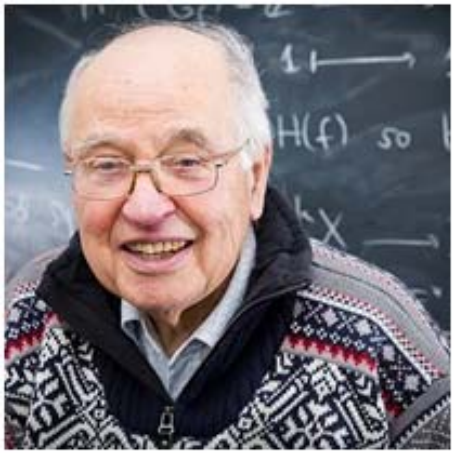
چشم‌اندازهای ریاضیات

ریاضیات: هنر و علم

مایکل آتیا

برگردان: محمدقاسم وحیدی‌اصل*



نشانی مقاله:
Michael Atiyah, Mathematics: Art and Science, Bulletin of the American Mathematical Society, 43, 1 (2005), 87-88.

همه می‌دانیم که چه نوع موسیقی، نقاشی، یا شعری را می‌پسندیم، اما توضیح این‌که چرا آن‌ها را دوست داریم، به‌مراتب دشوارتر است. همین مطلب در مورد ریاضیات نیز، که جزئاً از اشکال هنر است، صادق است. می‌توانیم فهرستی طولانی از کیفیات مطلوب را شناسایی کنیم: زیبایی، ظرافت، اهمیت، اصالت، سودمندی، عمق، پهنه، ایجاز، سادگی، وضوح. با این حال یک اثر واحد به‌ندرت می‌تواند تجسمی از همهٔ آن‌ها باشد؛ در واقع برخی از این‌ها با هم مانعةالجمع‌اند. درست همان‌گونه که کیفیات متفاوتی درخور سونات‌ها، کوارتت‌ها و سمفونی‌ها هستند، تصانیف ریاضی از انواع گونه‌گون نیز نیازمند پرداخت‌های متفاوت‌اند. معماری هم تشبیه سودمندی به دست می‌دهد. یک کلیسای جامع، قصر، ارگ به شیوهٔ برخورد کاملاً متفاوتی در مقایسه با یک مجتمع اداری یا خانهٔ شخصی نیاز دارند. یک ساختمان از آن جهت توجه ما را جلب می‌کند که ترکیب درستی از کیفیات جذابی است که هدف از ساختنش بوده، اما در نهایت واکنش زیبایی‌شناختی ما غریزی و فردی است. بهترین منقدان هم اغلب باهم توافق ندارند.

ازآن‌جاکه ریاضیات تا حدی هنر و تا حدی علم است (در تناظر تقریبی با تمایز سنتی بین ریاضیات محض و ریاضیات کاربردی)، ممکن است این احساس در ما به وجود آید که درک ارزش «ریاضیات خوب» باید کمتر وابسته به فرد بوده و مبتنی بر اصول منطقی مستحکم‌تری باشد. این مطلب احتمالاً تا اندازه‌ای درست است، اما مادام که ریاضیات به‌عنوان یک تلاش بشری باقی بماند و به یک محاسبهٔ کامپیوتری محض فروکاسته نشود، نمی‌توانیم عامل انسانی و جورواجوری دل‌انگیزی را که از پی آن می‌آید، نادیده بگیریم. بنابراین آنچه در ادامه می‌گویم، ترجیحات شخصی من است و هیچ ادعایی دربارهٔ جامعیت آن ندارم. در واقع لذت ریاضیات برای من در گونه‌گونی و در میان نبودن تن‌پوش یکنواخت دست‌وپاگیری ساخته شده برای آن است. این همان چیزی است که به آن سرزندگی می‌بخشد.

اولین نکته‌ای که می‌خواهم متذکر شوم، تمایز بین جنبهٔ راهبردی یا فراموضعی و جنبهٔ تاکتیکی یا موضعی است. اولی متضمن پدید آوردن یک نظریه،یک سازهٔ معماری، است و می‌توان آن را به دلیل اهمیتش، پهنهٔ کاربردهایش، و نیز انسجام منطقی و طبیعی بودن آن تحسین کرد. نظریهٔ طیفی عملگرهای خودالحاقی، نظریهٔ Kی گروتندیک یا نظریهٔ نمایش گروه‌های لی را می‌توان در زمرهٔ مثال‌های آن برشمرد.

جنبهٔ تاکتیکی به فرعیات بحث مربوط می‌شود: برهان‌های کوتاه، موجز و واضح برای تک‌قضیه‌ها، مانند گنگ بودن $\sqrt{۲}$ یا در مقیاسی بزرگتر، یکی از صورت‌های ساده‌تر قضیهٔ تناوب بات (Bott). گیرایی کار در اینجا، در سادگی و زیبایی هم نتیجه و هم استدلال نهفته است. اگر نظریه نقش معمار را داشته باشد، در این صورت نقش چنین برهان‌های زیبایی را استادکاران برعهده دارند. البته، آنگونه که در مورد هنرمندان بزرگ رنسانس صادق بود، چنین نقش‌هایی با یکدیگر مانعةالجمع نیستند. یک کلیسای جامع هم ابهت سازه‌ای دارد و هم ظرافت در جزئیات. یک نظریهٔ با عظمت ریاضی نیز باید به همین نحو هم از لحاظ بزرگ مقیاسی و هم کوچک مقیاسی زیبا باشد.

دومین معیاری که برای من کشش دارد، اصیل بودن است. دوست دارم شگفت‌زده شوم. استدلالی که مسیر متداولی را، با تعداد اندکی ویژگی جدید، دنبال می‌کند، کسالت‌بار و نامهیج است. من چیزهایی را که انتظارشان نمی‌رود دوست دارم، یک دیدگاه جدید، پیوندی با دیگر حوزه‌ها، چیزی که برای شنیدن سرانجامش گوش‌هایم تیز شود. باز هم اصالت ممکن است شکل فراموضعی یا موضعی به خود بگیرد. یک نظریهٔ تمام و کمال ممکن است زمینهٔ کاملاً جدیدی پیش رو بگشاید، مانند نظریهٔ کوبوردیزم (cobordism) رنه توم (Rene' Thom) که در آن متهورانه بودن مفهوم با کاربردهای تماشایی آن جفت‌وجور بود. اما اصالت می‌تواند در سطح جزئیات فنی نیز بروز کند، مانند مورد محاسبهٔ (توسط اویلر) انتگرال گاوسی استاندارد. من شخصاً همیشه در مواجهه با محاسبهٔ معجزه‌گونهٔ انتگرال‌های مسیری به کمک

مانده‌ها دچار رقت احساسات می‌شوم، چیزی که وقتی اولین بار با آن برخورد می‌کنید غافلگیر می‌شوید، گر چه امروزه در شکل یک نظریهٔ عمومی نمایانگر شده است.

بزرگترین چیزهای شگفتی آور و آن‌ها که مرا بیشتر از همه تحت تأثیر قرار می‌دهند، پیوندهای غیرمنتظره بین بخش‌های به‌ظاهر کاملاً متفاوت در ریاضیات است. موارد کلاسیک از این‌ها مشتمل‌اند بر استفاده از آنالیز مختلط در نظریهٔ اعداد یا شیوه‌ای که مقاطع مخروطی یونانیان در نظریهٔ کپلر ـ نیوتن دربارهٔ مدارهای سیارات ظاهر شد. مثال‌های تازه‌تر می‌تواند عبارت باشد از پیوند بین امواج آب و نظریهٔ طیفی که در پس معادله (Korteweg-de Vries) KdV قرار دارد یا کار ووگان جونز(Vaughan Jone) و ویتن که ناورداهای چندجمله‌ای گره‌ها را با فیزیک آماری و نظریهٔ میدان کوانتومی مرتبط می‌کند.

این مثال آخری در واقع نک آیسبرگ است، تنها یک مورد از تعداد کثیری از پیوندهای زیبا و غیرمنتظره بین هندسه و فیزیک (شمارش خم‌های جبری، ناورداهای ۴ ـ خمینه‌ای دونالدسون، مانستگی فضاهای مدولی (moduli spaces). من کل این حوزه را به لحاظ عظمتش کاملاً مبهوت‌کننده می‌یابم: راه‌های جدید متعددی را می‌گشاید، رمز و رازهای فراوانی دارد، و بخش‌های بزرگی از ریاضیات و فیزیک را اتحاد می‌بخشد. این حوزه به ریاضیات نیروی تازه می‌بخشد و موجب دلگرمی برای آینده است.

شاید لازم باشد این مطلب را با سخنی دربارهٔ ریاضیات کاربردی، به معنای موسع آن، به پایان ببرم. بخش اعظم ریاضیات یا در پاسخ به مسائل بیرونی بنیاد نهاده شده یا در پی شروع، کاربردهای نامنتظره‌ای در دنیای واقعی پیدا کرده است. این به هم پیوستگی کلی بین ریاضیات و علم جاذبهٔ مختص به خود را دارد، که در اینجا معیار مربوط باید هم جذابیت نظریهٔ ریاضی و هم اهمیت کاربردها را در بر بگیرد. آن گونه که از داستان جاری تعامل بین هندسه و فیزیک پیداست، بازخورد از علم به ریاضیات می‌تواند به‌غایت سودآور باشد، و این چیزی است که من آن را به طور مضاعف راضی‌کننده می‌یابم. ما ریاضی‌دانان نه تنها می‌توانیم به دردبخور باشیم، بلکه می‌توانیم در عین حال، تا حدی با الهام از دنیای برون، آثار هنری خلق کنیم.

★ ★ ★

دربارهٔ نویسنده:

سر مایکل آتیا استاد افتخاری دانشگاه ادینبورو است. او جوایز و لوح‌های افتخار متعددی، از جمله مدال فیلدز و جایزهٔ آبل را دریافت کرده است.

---

* دانشگاه شهید بهشتی

کارهای آرتور آویلا
برنده جایزه فیلدز ۲۰۱۴

ولینگتون دوملو

برگردان: شیرین حجازیان*، فاطمه قانع*

نشانی مقاله:
Welington de Melo, The Work of the 2014 Fields Medalists, The Work of Artur Avila, Notices of the AMS, Vol. 62, No. 11 (2015) 1335-1337.

آرتور آویلا در سال ۲۰۱۴ به دلیل مطالعات عمیقی که در حوزه سیستم‌های دینامیکی و نظریه طیفی عملگرهای شرودینگریک ـ فرکانس انجام داده بود برنده مدال فیلدز شد. بسیاری از دستاوردهای درخشان وی در دینامیک‌های یک بُعدی، هم در حوزه حقیقی و هم مختلط، همچنین در دینامیک بیلیاردهای مسطح و نظریه طیفی عملگرهای شرودینگر با کاربردی هوشمندانه از ایده توانمند باز نرمال‌سازی، حاصل شده‌اند. وی همچنین پیشرفت‌های ژرفی در نظریه سیستم‌های دینامیکی نگهدار در ابعاد دلخواه و در ارگودیسیتی پایدار سیستم‌های هذلولوی جزئی داشته است.

آرتور آویلا در ریودوژانیرو برزیل متولد شد و تا پایان دوره دکتری خود در انستیتوی ریاضیات محض و کاربردی (IMPA) در سال ۲۰۰۱، در همان شهر اقامت داشت. وی پیش از شروع دوره پسادکتری در کالج دو فرانس پاریس، به همراه همکارانش توصیف کاملی از دینامیک متداول نگاشت‌های تک مدی بازه‌ای، یعنی نگاشت‌های بازه‌ای هموار با یک نقطه بحرانی نامسطح یکتا، ارائه داده بود. تا آن زمان می‌دانستند که فضای نگاشت‌های تک مدی شامل دو ناحیه جدا از هم است که دینامیک در آن‌ها کاملاً شناخته شده بود. برای نگاشت‌های واقع در ناحیه منظم، یک نقطه ثابت جاذب یکتا وجود دارد و مسیرهای متناظر با تقریباً هر شرط اولیه، با معیار اندازه لبگ، به‌طور مجانبی به این نقطه تناوبی جاذب همگرا هستند. بنابراین در اینجا رفتار دینامیکی متداول، تناوبی