

دانش ریاضی در چشم‌انداز آموزش دو فرهنگی

(گزیده‌ای از یک سخنرانی)

محمدامین قانع‌راد *

طرح مسئله

در حال حاضر آموزش ریاضی در مدارس و دانشگاه‌ها با مشکلاتی مواجه است. علاقه به درس ریاضی در مقاطع مختلف تحصیلی در حال کاهش است و نوعی ترس و گریز نسبت به این درس وجود دارد. ریاضیات به‌طور بالقوه می‌تواند مبنای لذت باشد و آموزش مناسب آن می‌تواند ساعاتی سرشار از نشاط را برای یادگیرندگان به ارمغان آورد اما به‌طور بالفعل کلاس ریاضیات جزء ساعت‌های خوب و خوش آموزشی محسوب نمی‌شود و عمدتاً در نظام آموزشی و تحصیلی ما این درس و این رشته با استقبال چندانی مواجه نمی‌شود حال آن که بسیاری از صاحب نظران، آشنایی با دانش ریاضی را یکی از پایه‌های مهم اندیشه‌ورزی و تفکر محسوب می‌کنند.

پرسش این است که اگر بخواهیم «ریاضیات» از یک سو مورد استقبال و توجه یادگیرندگان قرار گیرند و از سوی دیگر به عنوان مبنای تفکر قرار بگیرد آموزش آن باید دارای چه ویژگی‌هایی باشد؟ در این سخنرانی تلاش می‌شود تا چارچوبی مفهومی برای درک دانش ریاضی به عنوان مبنای تفکر مطرح گردد. این چارچوب مفهومی یک مدل دو وجهی یا دو ساحتی است که از یک طرف «درک و اندیشه ریاضیاتی» را به مثابه یک دانش توصیف می‌کند و از سوی دیگر اجازه نقد وضعیت آموزش ریاضیات و کارکرد امروزی این روش آموزشی را در جامعه فراهم می‌سازد.

مدخل

قلمروهای مختلف فرهنگ، مانند زبان، اسطوره، دین، هنر و علم، شیوه‌های گوناگون نمادین یا سمبلیک جهان هستند و «فرم فیزیک» و «فرم شعر» هر دو، به شیوه‌ها و میزان گوناگون، دو بعد نمادین اندیشه درباره امر واقعی و امر آرمانی هستند. تفکر دارای دو فرم یا دو صورت متفاوت و در مواردی متعارض با همدیگر است: فرم فیزیک و فرم شعر. امکان «شناخت» وابسته به دوگانگی و تقابل فرم فیزیکی و فرم شعری تصویرهای ما از جهان است. ریاضیات، به عنوان نوعی از تفکر و اندیشه شناختی، مبتنی بر همین دو فرم فیزیکی و فرم شعری و تقابل این دو تصویر شکل می‌گیرد و «آموزش ریاضی» باید وجود و اصالت این دوگانگی و تقابل را به مثابه یک شرط و التزام «شناختی» به دانشجویان و دانش‌آموزان منتقل کند. فقدان معرفی و حضور این دوگانگی، نوعی «منطق

ریاضی تک ساحتی» و عمدتاً مبتنی بر فرم فیزیکی درک و توصیف جهان در ذهن آموزشگر شکل خواهد گرفت و تسری یافتن چنین درک و منطقی به عرصه اجتماعی می‌تواند پیامدهای نامطلوبی را ایجاد کند.

مبنای مفهومی ریاضیات به مثابه دانش دو فرهنگی

افلاطون ریاضیات و شعر را به‌طور بنیادی از همدیگر تفکیک کرد. او گفت کسی که هندسه نمی‌داند به آکادمی وارد نشود و از سوی دیگر خواهان اخراج شاعران از آکادمی شد. از نظر او دانش راستین مبتنی بر ریاضیات است و شعر موجب گمراهی است. اما هنر (شعر) و ریاضی به همدیگر شباهت‌های زیادی دارند. ریاضیات نیز مانند هنر به قدرت تخیل نیاز دارد.

کانت از «دوگانگی در شرایط بنیادی شناخت» سخن می‌گوید. به نظر او تفکیک میان «واقعیت و امکان» از ضروریات شعور انسانی است. به نظر او اختلاف بین «حالت فعل» و «حالت ممکن» از مقوله مسائل متافیزیکی نیست و بلکه از زمره مسائل «معرفت شناختی» است. عقل انسان از دو عنصر نامتجانس تشکیل می‌گردد. ما نه می‌توانیم بدون «تصویر» فکر کنیم و نه می‌توانیم بدون کمک «مفاهیم» درک کنیم. به نظر کانت همین دوگانگی در شرایط بنیادی شناخت، منشاء تفکیک میان «عالم امکان» و «عالم واقع» است. ارنست کاسیرر در کتاب «فلسفه فرهنگ» با طرح دیدگاه کانت می‌افزاید: «شعور انسان ... به سمبل احتیاج دارد. شناخت انسان فی حد ذاته شناختی سمبولیک است ... و برای اندیشه سمبولیک لازم است که بین واقع و ممکن، و بین امر بالفعل و امر آرمانی قابل به تفکیک گردد. تفکر سمبولیک با ظرفیت تفکیک و پیوند «امر واقعی» و «امر آرمانی»، «عالم واقع» و «عالم امکان» یا «عرصه وجود» و «عرصه معنا» «به انسان توانایی تجدید بنای پیوسته عالم را می‌بخشد».

کاسیرر ریاضیات را یک تفکر سمبولیک با توانایی پیوند دادن به کارکردهای دوگانه زبان توصیف می‌کند. او نشان می‌دهد که چگونه به خدمت گرفتن اعداد جدید برای حل مشکلات در دانش ریاضی باعث ایجاد سوءظن در نزد ریاضی دانان و منطق دانان شد: «همین اندیشه را می‌توان در تاریخ اعداد منفی و اعداد غیر گویا و اعداد مختلط دنبال کرد. مفهوم اعداد منفی برای اولین بار در قرن شانزدهم در کتاب حساب جامع تألیف میکائیل استیفل آمده است. مدت مدیدی بزرگترین ریاضی دانان مفهوم اعداد مختلط را به منزله معمایی غیر قابل حل انگاشتند. گوس اولین کسی بود که توجیه رضایت‌بخشی از این مفهوم به دست داد و نظریه مستحکمی درباره آن ساخت. زمانی که اولین دستگاه‌های هندسه غیر اقلیدسی، یعنی سیستم لباچفسکی، بویویی و ریمن به وجود آمدند، همین تردید دوباره ظاهر گشت. در تمام سیستم‌های بزرگ

در فراز دعوای جاری قرار می‌دهند. اما درک ریاضیات به مثابه یک «کردار فرهنگی» باعث پیوند بین «دانش ریاضی و قدرت» و موجب تردید در تلقی ریاضیات به عنوان یک علم خنثی، معصوم و بی‌گناه می‌گردد. ریاضیات به عنوان رشته‌ای که نوعی ترس اجتماعی نسبت به آن حداقل از سوی دانش‌آموزان و دانشجویان وجود دارد شناخته می‌شود. برخی از «برساخت اجتماعی ترس از ریاضیات» و «قدرت زبان ریاضیات» سخن می‌گویند، گویا در زبان ریاضیات نوعی «خشونت نمادین» وجود دارد، گویا ریاضیات با عدالت و توزیع قدرت در جامعه نسبت دارد. ریاضیات به شیوه‌های متفاوت جامعه را رده‌بندی می‌کند و گفته می‌شود که این دانش فقط برای افراد هوشمند و مستعد قابل درک است. در موارد متعدد در نظام‌های آموزشی و شغلی، ریاضیات به عنوان یکی از معیارهای مهم «طرد یا مقبولیت اجتماعی» مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این نظام‌ها افراد با انواعی از آزمون‌های ریاضی یا مدل‌ها و ایده‌های ریاضی «طبقه‌بندی» می‌شوند و نوعی از معنی و اطلاق «صلاحیت» برای آن‌ها براساس نمرات این آزمون‌ها تعیین می‌گردد. ریاضی دارای قدرت «شکل دادن به جهان» است. برای مثال موقعی که آدمیان را براساس نمرات ضریب هوشی‌شان اندازه‌گیری و طبقه‌بندی می‌کنند ریاضیات به این ترتیب جهان را «بر می‌سازد»، موقعی که شما می‌گویید جهان چیزی نیست جز روابط بین اعداد، به نحوی جهان را بر می‌سازید.

این نگاه دکارتی به جهان نوع خطر «تعرض تکنولوژیک به جهان» را فراهم می‌کند. ریاضیات تک‌ساحتی و پوزیتیویستی، گرایش‌های تمامیت‌گرایانه پیدا می‌کند و پدیده‌ها و دانش‌های دیگر از جمله علوم انسانی و هنر را تحت استعمار خودش در می‌آورد. جریان یافتن منطق ریاضی تک‌فرهنگی به قلمرو نهادهای اجتماعی ممکن است به نادیده گرفتن «دوگانگی در شرایط بنیادی امکان جامعه» بینجامد و با ناتوانی از آشتی دادن الزامات متعارض ثبات و تحول اجتماعی، مشکلاتی را برای زندگی عمومی به بار آورد. یکی از این مشکلات «تک زبان گرایی» (monolingualism) به معنای برتری بخشیدن به زبان ریاضی نسبت به سایر زبان‌های بشری و تلاش برای استحاله سایر زبان‌ها در زبان ریاضی است. استبداد اجتماعی و سیاسی از طریق تبدیل ریاضیات به علم نظم جامعه با دلالت‌های سرکوبگرانه آن نیز پیامد دیگری است که اغلب با گسترش بوروکراسی و تکنوکراسی یا ارائه راه‌حل‌های کاذب و فرمول‌گونه برای «مهندسی زندگی اجتماعی» و تبدیل «امر گفتگویی و تعاملی» به «امرفنی و محاسباتی» همراه است. تلاش برای تعیین «مقدار کمی قدرت تفکر انسانی» گام تعیین‌کننده‌ای برای ساختار جدیدی از مفاهیم ریاضی و یکی از منابع گسترش تکنوکراسی به جای استفاده از ظرفیت‌های رهایی بخش دانش است.

عقلی این‌طور پنداشته می‌شد که ریاضیات، قلمرویی برای اندیشه روشن و مشخص است. اما ناگهان برخی گفتند که مفاهیم ریاضی روشن و مشخص نیستند و عرصه آن‌ها مملو از تاریکی و دام و کمین‌گاه است. قبل از این که خصلت کلی مفاهیم ریاضی به وضوح شناخته گردد و قبل از این که روشن گردد که ریاضیات نظریه مربوط به «چیزها» نیست و تئوری «سمبل‌ها» است، تاریکی مزبور نمی‌توانست از بین برود.

سرچارلز اسنو فیزیک‌دان و رمان‌نویس بریتانیایی در نیمه قرن گذشته یکی از مشکلات فرهنگی جامعه خود را شکاف بین «دو فرهنگ» علم و هنر می‌داند. به نظر او «حیات معنوی سراسر جامعه غرب به‌طور فزاینده‌ای به دو قطب تقسیم می‌شود. ... در یک قطب روشنفکران ادیب قرار دارند ... و در قطب دیگر دانشمندان». دوگانگی مورد اشاره چارلز اسنو را می‌توان حتی در خود علوم انسانی نیز مشاهده کرد: جهان اندیشه میان دو فیلسوف بزرگ یعنی دکارت و هایدگر با تأکید دکارت بر زبان ریاضی برای بیان جهان و ترجیح هایدگر بر زبان شعر مانده است. هر چند چارلز اسنو دانش ریاضی را در طرف علم و تکنولوژی قرار می‌دهد ولی در واقع می‌توان گفت روح یا ایده دانش ریاضی مبتنی بر دو فرهنگی بودن علم و هنر است یعنی از یک سو به علم و تکنولوژی توجه دارد و از سوی دیگر به هنر. اما ایده ریاضی جنبه انتزاعی دارد و با واقعیت ریاضی آن چنان که در مدارس و دانشگاه‌ها ارائه می‌شود متفاوت است. ریاضیات گاه با غلبه الگوی الگوریتمیک، استانداردسازی و عینیت‌جویی، این دو فرهنگی بودن خویش را فراموش کرده و به از بین بردن قوه داوری و قضاوت انسانی در برخورد با موارد خاص می‌انجامد. آموزش ریاضیات با این سبک موجود یکی از موانع بروز و تکوین خلاقیت مهندسی و امکان تفکر ملموس مهندسی است. ریاضیات در این صورت مبنای انتزاعی اندیشه مهندسی است بدون این که قادر به پیوند امر ملموس و امر انتزاعی باشد. هر چند ریاضی‌دان نباید قدرت تماس خود با واقعیت را از دست بدهد ولی تفکر ریاضی بیش از پیوند با نگاه فیزیکی و تفکر به امر واقعی دارای جهت‌گیری به عرصه ممکنات محض است و توانایی تفکر به امور غیرواقعی را نیز فراهم می‌سازد. ریاضیات به معنای رفت و آمد بین دو سطح ملموس و انتزاعی و توانایی استقرار در دو حوزه واقعیات و امکانات است.

پیامدهای اجتماعی و سیاسی ریاضیات تک‌فرهنگی

آیا چیزی به نام «اخلاق ریاضیات» به معنای اخلاق دانش ریاضی در ارتباط با جامعه - متمایز از اخلاق آموزشی و پژوهشی - وجود دارد؟ ریاضی‌دانان، با استناد به ذات انتزاعی ریاضیات، از «بی‌گناهی» و «معصومیت» دانش ریاضی سخن می‌گویند و دانش خود را به مثابه یک دانش «خنثی» و فاقد «منافع خاص»

پیش‌گویی ظهور و سقوط حکومت‌ها بر شروع جنگ‌ها و دوران صلح‌پیشی بگیرد.

سیگفرید می‌نویسد: «فکر نمی‌کنم که اسامه بن‌لادن، هری سلدون است، اما چندان هم بی‌راه نیست اگر فکر کنیم که سازمان‌دهندگان واقعی القاعده تمدن غرب را امپراطوری رو به زوالی در نظر گرفته‌اند یا این که خود را منجی جامعه پنداشته و امیدوارند وقایع منجر به نظم نوین جهان بر حسب میل آن‌ها دست‌کاری شود. بنابراین شاید بعضی از استراتژی‌های سلدون را به کار گرفته باشند ... در جهان واقعی داستان‌های آسیموف الهام‌بخش دانشمندان هم بوده است، دانشمندانی که در جستجوی اسرار «روان تاریخ» سلدون بوده‌اند. اگر هری سلدونی در جهان واقعی وجود داشته باشد، نام او نه اسامه بن‌لادن بلکه جان فوربز نش است ... ریاضیات نش که برای آن جایزه نوبل دریافت کرد داستانی کاملاً متفاوت است که هنوز به خوبی آشکار نشده و درباره فائق آمدن تلاش علم بر پیچیدگی رفتار جمعی انسان‌هاست. زمانی که آسیموف کتاب‌های بنیاد را چاپ کرد، نش مقاله‌ای منتشر کرد که اصول علمی نظریه بازی‌ها را بنیان می‌نهاد ... این نظریه امروزه تقریباً در تمامی علوم جدید رخنه کرده است به ویژه در علومی که با طبیعت و رفتار انسان سرو کار دارند».

آموزش دو فرهنگی ریاضی

قدرت آموزش را باید در امکان رویکرد دو فرهنگی برای پل زدن بین دو قطب اندیشه بشری جستجو کرد. آکادمی مطلوب آموزش دو فرهنگی بر خلاف آرمان افلاطونی، نباید به گونه‌ای یکسویه هندسه‌دانان را بر صدر نشاند و شاعران را به جرم تخیل از آکادمی طرد کند. افلاطون می‌گفت که بر سر در آکادمی بنویسید هر کسی هندسه نمی‌داند وارد نشود و از طرفی می‌گفت: شعرا را از آکادمی بیرون کنید. به دلیل این که شعرا خیال پردازند و اهل استدلال نیستند. به نظر افلاطون، زبان شعر در مقایسه با زبان عقلانی ریاضیات، زبانی کودکانه و خام است. بنابراین آکادمی محل ریاضی‌دانان است و نه محل شعرا. افلاطون در واقع ریاضیات را تک‌ساحتی کرد و این الگوی تک‌ساحتی مشکلات زیادی را ایجاد کرد.

آموزش دو فرهنگی باید «دوگانگی در شرایط امکان تفکر» را پاس‌دارد و امکان استقرار در دو اقنوم، رفت و آمد دانش بین دو سطح ملموس و انتزاعی، انتقال از یک مقیاس به مقیاس دیگر و ظرفیت تغییر چارچوب از یک موضوع به موضوع دیگر را بدون سرگردانی و حیرت فراهم سازد. آموزش باید بر «فرهنگ اسکیزوفرنیک» یا ناتوانی از درک متمایز امر ممکن و امر واقع و در عین حال ارتباط برقرار کردن میان این دو فائق آید.

آموزش دو فرهنگی باید ظرفیت اندیشیدن موازی و بدون تداخل

تبدیل ریاضیات به علم نظم جامعه و دلالت‌های سیاسی آن را می‌توان در اندیشه‌های افلاطون جستجو کرد. افلاطون مانند فیثاغورث عدالت را در هماهنگی کیهانی جستجو می‌کرد که از طریق شناخت ایده‌ها حاصل می‌شود. به نظر فیثاغورث اعداد اصل و جوهر اشیاء هستند و عالم به تمامه از قوانین ریاضی تبعیت می‌کند. به عقیده افلاطون خداوند مانند یک مهندس جاودان این جهان را بر اساس سنجش و هماهنگی عادلانه پیش می‌برد. افلاطون در مقابل گرایش‌های دموکراتیکی که در جامعه وجود داشت، برای خاموش کردن گفتگوی مردمی که با همدیگر راجع به حقیقت صحبت می‌کردند، گفت: حقیقت در یک عالم مثلی قرار دارد که تنها ریاضی‌دان‌ها می‌توانند با سلوک طولانی به این عالم دست پیدا کنند و مردم نادان باید تحت حاکمیت نخبانان فیلسوف قرار بگیرند و با همین منطق مفهوم «فیلسوف شاه» یا «دانشمند حاکم» و «حاکم دانشمند» را ابداع کرد که صدای مردم را خاموش کند. واقعیت این است که عامه مردم، اندیشه‌های خود را به جای استدلال عقلانی، دقت و یقین بر شالوده استعاره‌ها و تمثیل‌های تخیلی و فاقد قطعیت قرار می‌دهند. در دعوی بین اریستوکراسی و دموکراسی، ریاضی‌دانان اغلب در کنار اریستوکرات‌ها قرار گرفته‌اند و آموزش ریاضی به کودکان اغلب نه فقط نظم ذهنی بلکه تداوم انتظام اجتماعی را تأمین می‌کرده است.

تام سیگفرید نویسنده کتاب «ریاضیات زیبا» از قول یک دانشمند روسی منشاء نام سازمان القاعده را توضیح می‌دهد: این سازمان تروریستی نام خود را از رمان مشهور علمی - تخیلی «سه گانه بنیاد» (Foundation Trilogy) اثر ایزاک آسیموف در دهه ۱۹۵۰ اقتباس کرده بود. اولین داستان سه گانه آسیموف به زبان عربی با نام «القاعده» ترجمه شده بود. بنیاد، در داستان آسیموف، نام سازمانی است که قصد دارد تا امپراطوری کهکشانی رو به زوالی را نجات دهد. امپراطوری غرق در هرج و مرج و بی‌نظمی شده است و تمدن برای سی هزار سال به تباهی کشیده می‌شود. با پیش‌گویی زوال اجتناب‌ناپذیر امپراطوری، مردی نقشه‌ای طراحی می‌کند تا دوران تاریک در حال ظهور را فقط به هزار سال محدود کند. تمهید او تأسیس بنیادی از محققان است تا دانش انسانی را برای حیات محتمل و مجدد تمدن حفظ کند. قهرمان داستان، ریاضی‌دانی به نام هری سلدون، انجمنی متشکل از دانشمندان علاقه‌مند به دست‌کاری در آینده تأسیس کرد. او دو بنیاد تشکیل داد، بنیاد اول در امور کهکشان دخالت داشت و بنیاد دیگر محرمانه عمل می‌کرد و با دخالت در نقاط کلیدی تاریخ تلاش می‌کرد تا وقایع را همگام با مسیر انتخابی سلدون به پیش ببرد. طرح سلدون برای کنترل کار انسان بر اساس سیستمی ریاضیاتی پایه‌ریزی شده بود که آن را «روان تاریخ» می‌نامید. این سیستم سلدون را قادر می‌ساخت تا تمایلات اجتماعی، اقتصادی و سیاسی را پیش‌بینی کند و با

شناسی و ... همراه گردد. در ایران نه تنها ریاضیات با هنر آمیخته نمی‌شود بلکه گرایش به ریاضیاتی کردن سایر رشته‌ها وجود دارد برای مثال به جای بردن هنر به درون رشته‌های مهندسی، گاه رشته معماری در درون دانشکده‌های مهندسی آموزش داده می‌شود، یعنی مهندسی کردن هنر.

بر اساس گرایش تک ساحتی، هر دانشی که از ریاضیات استفاده نکند فاقد اعتبار است. چرا که تنها ریاضیات به عنوان زبان دقیق است که می‌تواند مناسبات پدیده‌ها را بیان کند. به همین دلیل است که در بین رشته‌های علوم انسانی، رشته‌های اقتصاد و مدیریت که با مدل‌های ریاضی کار می‌کنند بیشتر از رشته‌های ادبیات و فلسفه که زبان‌هایی ادبی، شاعرانه و فلسفی دارند به رسمیت شناخته می‌شوند. در رویکرد تک ساحتی فیزیک و ریاضی، زبان شعر و فلسفه زبان کودکان و مربوط به دوره طفولیت بشراست و امروز که بشر به رشد خودش رسیده است دانش را فقط باید بر مبنای زبان ریاضیات قرار داد. در حالی که این زبان‌های گوناگون ظرفیت‌های متفاوتی را عرضه می‌کنند و در این میان انتخاب یکی از زبان‌ها و کنار گذاشتن زبان‌های دیگر یک کردار جاهلانه است. به همین دلیل است که دانشجوی ریاضی باید در کنار رشته اصلی‌اش در رشته فرعی در ظاهر متفاوتی از قبیل سینما، هنر، فلسفه، تاریخ و ادبیات نیز آموزش ببیند. دانشجویان خودمان را از اندیشمندان محروم نکنیم. اندیشیدن با تک زبان بودن به دست نمی‌آید. ما باید زبان‌های متکثر را بیاموزیم و با آن‌ها ارتباط برقرار کنیم. بسیاری از شخصیت‌های بزرگ عالم اندیشه، چند زبانه بودند. بسیاری از ریاضی‌دانان بزرگ جهان در عین حال فیلسوفان و هنرمندان بزرگی هم بوده‌اند.

ریاضیات برای این که به مبنای تفکر تبدیل شود باید دولبه هستی خود یا دوفرهنگی بودن خود را باز یابد در غیر این صورت ریاضیات مبنای جزم اندیشی و مانع تفکر است. در جهان معاصر گویا «روح ریاضی» از دست رفته است و جسم آن به ابزاری در دست مهندسان دنیاطلب و صاحبان قدرت و ثروت برای گسترش استبداد و نابرابری و مستعمره کردن جهان و زندگی ما تبدیل شده است. ریاضیات با از دست دادن روح خود به مراسم‌گرایی تبدیل شده است و کلیسای بی‌روح ریاضیات، انسان را به عبودیت در پای مفهومی از ریاضی به عنوان دانش ایستا، کامل و بدون تغییر و به طور مطلق صحیح (حق محض) فرا می‌خواند. در فقدان آموزش دو فرهنگی و در نبود توانایی برای دیدن دولبه زبان سمبلیک ریاضی، سریان یافتن منطق ریاضی به قلمروی نهادهای اجتماعی ممکن است به نادیده گرفتن «دوگانگی در شرایط بنیادی جامعه»^{*} بینجامد و بدین ترتیب زندگی عمومی را با مشکلاتی مواجه سازد.

* دانشیار جامعه‌شناسی مرکز تحقیقات سیاست علمی کشور و رئیس انجمن جامعه‌شناسی ایران

بین دو فرهنگ فیزیک و شعر را گسترش دهد و در عین حال از ساختن پانلوریزم فیزیکی یا پانلوریزم ادبی برای تبدیل هر یک از این دو فرم به منطق انحصاری نمادپردازی اجتناب ورزد. دانش ریاضی دوفرهنگی دارای یک دوگانگی درونی است که امکان تفکر به امر واقعی و امر آرمانی، و ثبات و تحول را به دانشجویان خود می‌بخشد. یعنی به دانشجویان یاد می‌دهد که چگونه به طور همزمان به امر واقعی فکر کنند و به گونه تخیلی به امر آرمانی بیندیشند. تفکر در واقع باید بین این دو لایه حرکت کند. یعنی هم باید ثبات را در نظر داشته باشد و هم تحول را. ریاضیات مانند هنر به تخیل نیاز دارد تا بتواند در باره «موارد فرضی» و «وضع متعلق به حوزه ممکنات» بیندیشد. ریاضی بدون لایه هنری به فیزیک تبدیل می‌شود. نادیده گرفتن لایه شاعرانه زبان ریاضی، تصور امر خیالی یا ممکن را برای دانشجویان ریاضی ناممکن می‌کند و با تلقی صرف از ریاضیات به مثابه احکام جزمی و فرمول‌های بیانگر محض جهان واقع، گسترش خلاق این دانش را با مانع مواجه می‌سازد. پیشبرد دانش ریاضی نیاز به پیوند دقت منطقی و ابهام هنری دارد. بدین ترتیب آموزش ریاضی باید بتواند «دوگانگی در شرایط بنیادی امکان دانش ریاضی» به مثابه دانش امر واقعی و امر مفروض را بازنمایی کند.

در افلاطون‌گرایی (واقع گرایی) اعیان و مجموعه‌های ریاضی به صورت ازلی و ابدی مستقل از هرگونه آگاهی فردی یا اجتماعی وجود دارند. این اشیاء خلق نشده‌اند و تغییر نیز نمی‌پذیرند. در رویکرد «برساخت گرایی»، ریاضیات به عنوان یک کردار فرهنگی و دارای لایه‌های اجتماعی و تاریخی و حاصل و حامل فرهنگ بشری تلقی می‌شود. بر اساس رویکرد برساخت گرایی، ریاضیات تا ابد در برهان‌ها و مفاهیم‌اش قابل تجدیدنظر است. برخی از فیلسوفان و جامعه‌شناسان ریاضی در مقابل عالم مُثُل افلاطونی، جهانی از طرح‌ها و اندیشه‌ها را در نظر می‌گیرند که به وسیله افراد بشر خلق شده و در ادراک مشترک آن‌ها وجود دارد و از آن با عنوان واقعیتی تاریخی - فرهنگی - اجتماعی یاد می‌کنند. بدین ترتیب ریاضیات نیز همچون «زبان» یک محصول فرهنگی است و قوانین ریاضی صرفاً قراردادهای اجتماعی هستند که در درون جامعه معنا می‌یابند.

نتیجه‌گیری

به جای بیش‌آموزی ریاضیات به دانش‌آموزان دوره دبیرستان باید به مفهوم آموزش متنوع با آموزش ریاضی، هنر، ادبیات، علوم پایه و بینش جامعه‌شناختی اندیشید. تخصص زودرس در رشته ریاضیات در آموزش دبیرستانی باید جای خود را به آموزش‌های عمومی‌تر بدهد که در آن علاقه‌مندان به ریاضیات اندکی بیش از بقیه با دروس ریاضی درگیر شوند. در آموزش دانشگاهی هم رشته اصلی ریاضیات باید با رشته‌های فرعی هنر، سینما، فلسفه، جامعه