نوشته‌ها

«ای جهان! پیرهن به هم بردر!» که چنین عاشقی ز دست برفت![*]

بامداد یاحقی[*]

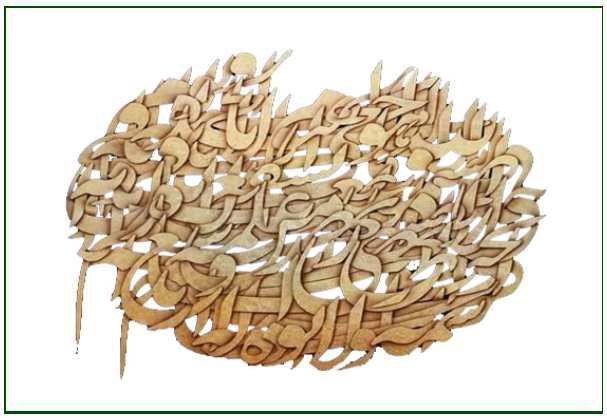
پیش‌درآمد:[۲]

من عادت به نبشتن نداشته‌ام هرگز! چون نمی‌نویسم در من می‌ماند و هر لحظه مرا روی دگر می‌دهد. سخن بهانه است!

شمس‌الدین تبریزی

ای دوست! عاشقان را زیبد که جمال معشوقان بینند! فارغان را از آن چه؟ باری، خود را زیر و زبر می‌بینم و حقا که نمی‌دانم چه خواهم نبشت!

عین‌القضات همدانی



از دور می‌نویسم با یادِ دوست نامه
جان و دلی به غایت منت‌پذیر و قانع
بادا سرشکِ خامه مقبول خاطر افتد
ای دوست! من ندارم غیر از سرشکِ خامه

«بشنو از نی چون حکایت می‌کند—از جدایی‌ها شکایت می‌کند.» در سفر بودم که خبر درگذشت مریم میرزاخانی را شنیدم. دلم سوخت. دلِ که بود که نسوخت؟ چشمِ مردم ز غم هجرتِ دل‌سوزِ وُ بس آب کشید. «چشم همی بست فرو مریمِ این روزگار—چشمهٔ اشک، دیدهٔ من، خون ببار»[۳] با خود گفتم اگر حس نوشتن به سراغم آمد و حرفی درخور داشتم، وقتی به یاد او خامه‌ای بگریانم.[۴] اکنون نمی‌دانم که آیا حرفم درخور است ولی می‌دانم که اشک‌های خامه‌ام پیش روی شماست. چه بگویم؟ وقتی که «من عاجزم ز گفتن و خلق از شنیدنش!» همانا، «عاشقان کشتگان معشوق‌اند—برنیاید ز کشتگان آواز!» مرغ خوش‌آوای شبِ روزگارِ ما بود که دل‌ها را لرزاند، نابه‌هنگام بارِ سفر بست، و دنیای ما را ریاضی‌باران کرد و رفت. بلی! چنین بشد که او رهید و زین قفس پرید... دریغ و درد بدین طریق به جانِ مردمان رسید. دلان رمید، بشد شهید، فغان، فغان، غمان: پدید و بس مدید... دگر کسی ندید مر آن مه‌آفرید... دریغ، دریغ، دریغ، دریغ... غمی بزرگ... چنین مه‌ای به ناگهان، بشد نهان، به زیر میغ... ولیک خاطرش وزید. هوا شدید گشت شدید. و یاد او: چو تندر خروشان به کردارِ تیغ—همی آتش افروخت از تیره‌میغ...[۵] (که تیره‌میغ بیچاره‌مرگ! باشد!).

پرندهٔ شب،
اما از مردمانِ روز بود.
دیروز، هزار خورشیدِ تابانِ عشق
در نگاهش بود.
و رفت که رفت...
امشب، بی آوای خوشش،
هزار ستارهٔ اشک‌های شور:

---

[*] اشکی چند از خامه‌ام، جانِ من به نقشِ سخن، پیشکش یاد و خاطرهٔ مریم میرزاخانی، که پاک و صافی و از عاشقان بود. «آیینه رویا! آه از دلت آه!» مصرع نخست از بدیع‌الزمان فروزانفر است.

[۲] «هر کسی از ظنِّ خود شد یار من—از درونِ من نجست اسرارِ من!» هر که او از ظنِّ عشق شد یارِ من!—از درونِ خود! بجست اسرارِ من! درون و برون، هبوط و صعود، پیش و پس، زیر و زبر، آغاز و پایان، ظاهر و باطن، و جسم و جانِ این جان‌نوشته عشق است. حرفش/نوایش/لحنش/رنگش/کلامش عشق است، شرحش/کرانش/پیامش/بیانش عشق است، حسش/عقلش/فرازش/فرودش/جنونش/شهودش/وجودش عشق است. پس مخاطبش بُوَد عاشقان!

[۳] مریم اسماعیلی برای مریم میرزاخانی.

[۴] با این وجود، بی‌گمان اصرار و تشویقِ معمول و همیشگی مسعود (آرین‌نژاد) عزیز حس نگارش این جان‌نوشته را در من زنده کرد و آتش این واژگان را افروخت. و من «غلام آن کلماتم که آتش انگیزد!» به این ترتیب مسعود در زمان نگارش، و چه بسا غیر مستقیم در نگارش، این یادداشت موثر بود. و بدین گونه «شد منت مواهب او طوق گردنم!»

[۵] با الهام از خداوندگار روم در داستان طوطی و بازرگان، آنجا که می‌گوید: ای دریغا، ای دریغا، ای دریغ—کانچنان ماهی نهان شد زیر میغ. نیز با الهام از حکیم توس در شاهنامه در حکایت پادشاهی کی‌کاووس و و رفتن او به مازندران، آنجا که می‌گوید: چو برق درخشنده از تیره‌میغ—همی آتش افروخت از گرز و تیغ. «در پسِ آینه طوطی‌صفتم داشته‌اند!»

در چشم شبروان.
و یاد و خاطرش در جانِ مردمان.
ماند که ماند...

«نمی‌آید برون از سینه آوازی که من دارم
کند مضراب را خون‌درجگر سازی که من دارم!»[۶]

خوب و عزیز و شریف، سخت‌کوش و فروتن و نجیب، بزرگ‌قلب و مهربان، و پاک و نیکونهاد بود.

«مریم!» نهاد نیکِ تو کامت برآورد
جان‌ها فدای مردم نیکونهاد باد!

«نبرم من ز یاد و نتوان برد»—«خوی و طبعِ بزرگوارِ وُ را»[۷] سرِ اغراق و واژه‌بازی ندارم، اما غم است و اندوه، و اندوه کوچکی نیست، اینکه بخواهی بزرگی و نجابت عاشقی را بسُرایی و نتْوانی، چرا که می‌بینی واژگانت گنجایی سُرایشِ ترانهٔ ناسرودهٔ وصف عاشقی را ندارند.

ترانه‌ای که نخواهم سرود
من هرگز،
خفته است روی لبانم.
ترانه‌ای
که نخواهم سرود من هرگز.

بالای پیچک
کرمِ شب‌تابی بود،
و ماه نیش می‌زد
با نور خود بر آب.
چنین شد پس که من دیدم به رؤیا
ترانه‌ای را
که نخواهم سرود من هرگز.

ترانه‌ای پر از لب‌ها
و راه‌های دوردست،
ترانهٔ ساعات گمشده
در سایه‌های تار.
ترانهٔ ستاره‌های زنده
بر روز جاودان![۸]

ستاره‌ای درخشان بود، که چهل سالی بیش نزیست. به مردمان «بدرخشید و ماهِ مجلس شد.» «دلِ رمیدهٔ ما را رفیق و مونس شد.» با بهار دمید و خوش‌نازکانه چمید. چون بهار تازگی آورد؛ باغ‌ها را به لطافت دگرگون کرد و اما شاخه‌ای نشکست. برای این ستارکِ[۹] کوتاه‌درخش که ناگهان غروب کرده است، دلم، واژگانم هزار پاره است... در اوج با افولِ تیرماه غروب کرد. تیرِ برجِ سرطان بود که جانِ ما را نشانه رفت... وای... وای... ای دادِ بیداد!

بامداد! یاد باد خاطرهٔ مریم میرزاخانی!
«خوش درخشید ولی دولتِ مستعجل بود.»

جان سخن این است که چیزی نمی‌شناسم و نیز درمی‌یابم که هیچ در بساط ندارم تا، آنچنان که باید و شاید، بزرگی و نجابت این شهرزادِ قصه‌گو را به قصه شرح کنم. شهرزادِ قصه‌گو! «به ازین چه شادمانی؟ که تو جانی و جهانی!—چه غم است عاشقان را، که جهان بقا ندارد!» هله من دستگیرم، به سخن پناه گیرم!—چه کند کسی که در کف به جز از صدا[۱۰] ندارد؟! پس عزم جزم کنم بادا که بخت یار باشد «و حشمتی افتد و آن کارها که پیچیده است گشاده گردد.»

«به که مانَد؟ به که مانَد؟ به که مانَد؟ به که مانَد؟... بچشاند! بچشاند! بچشاند! بچشاند!»... گَردَم به «گِردِ حوض او، چون تشنگان در جستجو»، شمعِ رخش دستان کنم. مر یادِ او افسان کنم. پیمانه پُر پیمان کنم. کِلْکم ز بهر یاد او قربان کنم. گر دست آید، جانِ او شادان کنم. آن نرگس، آن مستانه را، آن مریمِ این خانه را، افسانه را، مهرانه را، پروانه را، جانانه را، دردانه را، فرزانه را خندان کنم. بس مهربانانش کنم، بس نوربارانش کنم. با واژگان یادش کنم. این بانگ‌ها، این لحن‌ها، این نغمه‌ها، آهنگ‌ها، این واژه‌ها، آوازها، این های‌ها و وای‌ها، این ساز و آوای و نوا، پژواکِ فریاد و صدا، «مرثیه‌های خاک» را، وین ناله‌های نای را، بر آمده از وای را، از جان به رسم یادگار، هدیهٔ شب‌های خاموشش کنم... حالیا! «سعدیا!

[۶] صائب تبریزی
[۷] بدیع‌الزمان فروزانفر با اندکی تصرف.
[۸] ترانهٔ ناسروده از مجموعهٔ ترانه‌های شرقی، فدریکو گارسیا لورکا، برگردان احمد شاملو.
[۹] به پَهلَوی ستاره است. اینجا مراد از کاف در واژکِ ستارک کاف تحبیب نیز می‌باشد. «برای هر ستاره‌ای که ناگهان در آسمان غروب می‌کند، دلم هزار پاره است.»... محمد زُهری
[۱۰] صدا بانگ و آواز باشد. اینجا مراد سخن است و واژگانی که در دهان دست و پا می‌زنند و برآنند که ره به جایی ببرند. روشن است که مصرعْ تصرفی اندک در مصرعِ غزلی آشنا از خداوندگار روم است؛ به عبارت دقیق‌تر، مصرعِ دوم مقطعِ غزلی از دیوان شمس که می‌فرماید «چه کند کسی که در کف به جز از دعا ندارد؟» نیز یادِ فروغ فرخزاد به خیر که وقتی گفت: تنها صداست که می‌ماند.

دور نیکنامی رفت!—نوبت عاشقی است یک چندی!»
ای «بامداد!» بین که کجا می‌فرستمت!
نزدیکِ آفتابِ وفا می‌فرستمت!
زرین‌قبا زره زن از ابرِ سحرگهی
کانجا چو پیکِ بسته‌قبا می‌فرستمت.
دست هوا به رشتهٔ جانم زده گره
نزدِ گره‌گشای هوا می‌فرستمت.
جان یک نفس درنگ ندارد، گذشتنی است.
ورنه بدین شتاب چرا می‌فرستمت؟
این دردها که بر دل «مردم»[۱۱] آمده است
یک‌یک نگر که بهر دوا می‌فرستمت.

این گونه است که این مردِ غرقه‌گشته در اشک‌های ناتوانی‌اش، خطر کرده، جانی می‌کَنَد، دست را در هر کلامی می زند! تا کدامش دست گیرد در خطر! دست و پایی می زند در این زَفَر![۱۲] «دوست دارد یار این آشفتگی!—کوشش بیهوده به از خفتگی!»

باری، خوب بود و تنها خوبی است که می‌ماند. درگذشت و سفرش از دیار خاکی نابه‌هنگام بود و تاسف‌برانگیز، هر چند با توجه به شرایطش نامنتظره نبود. و اما با واژگانی که اینچنین بی‌قراری می‌کنند، چه می‌توان گفت که حق مطلب را ادا کند؟ حیف شد... افسوس... افسوس... و ای کاش فسوس را زبانِ سخن بود. ساده بگوییم: نکونام بود. پس تا هست که هست، هستان، نامش، و لذا یادش، به نکویی خواهند برد، و زین پس تا ابد یادش به نیکی خواهد ماند. آری،

«مریما!» فردِ نکونام نمیرد هرگز
مرده آن است که نامش به نکویی نبرند.

باهوش و در عین حال سخت‌کوش بود. زندگیش اما مختصر و مفید بود و میراثش بی‌نظیر، آکنده از هوش و ذکاوت، سرشار از زیبایی، که در کارها و آثار وی جاری و ساری است. (دستاوردش) در آسمان ریاضی می‌درخشد، در اقیانوس ریاضی موج می‌زند، و در سرزمین ریاضی می‌بارد و به بار می‌نشیند و به بار می‌نشاند.

سمن‌بویان غبار غم، چو بنشینند، بنشانند
پری‌رویان قرار از دل، چو بستیزند، بستانند
به فتراک جفا دل‌ها، چو بربندند، بربندند
ز زلف عنبرین جان‌ها، چو بگشایند، بفشانند
به عمری یک نفس با ما، چو بنشینند، برخیزند
نهال شوق در خاطر، چو برخیزند، بنشانند
ز چشمم لعل رمانی، چو می‌خندند، می‌بارند
ز رویم راز پنهانی، چو می‌بینند، می‌خوانند
چو منصور از مراد آنان، که بر[۱۳] دارند، بر دارند
بدین درگاه حافظ را، چو می‌خوانند، می‌رانند

شاهکار و محشر و عاشق بود. و «هرگز نمیرد آنکه دلش زنده شد به عشق!» پس، ثبت است بر جریدهٔ عالم، دوامِ وی! شاد و خوشبخت و مادر بود. پاک و زلال و روشن، و صاف و صافی و باصفا بود، و چه

نغز گفت آن بتِ ترسابچهٔ باده‌پرست
شادی روی کسی خور که صفایی دارد.

باری، گاهی!

به گردش آر ای ساقی! و جامی تو بده ما را![۱۴]
"که عشق آسان نمود اول ولی افتاد مشکل‌ها
به بوی نافه‌ای کاخر صبا زان طرّه بگشاید
ز تاب جعد مشکینش چه خون افتاد در دل‌ها
به می سجاده رنگین کن گرت پیر مغان گوید
که سالک بی‌خبر نَبْوَد ز راه و رسم منزل‌ها
مرا در منزل جانان چه امن عیش چون هر دم
جرس فریاد می‌دارد که بربندید محمل‌ها
حضوری گر همی‌خواهی ازو غایب مشو حافظ"
بگو بدرود با دنیا چو دیدی روی آن جان‌ها![۱۵]

آخرِ سخن است. دیگر باید بروم. «رو به آن وسعتِ بی‌واژه که همواره مرا می‌خواند. یک نفر باز صدا زد سهراب! –کفش‌هایم کو؟!»... آه! «باز فرو ریخت عشق، از در و دیوار من!» و «بوی گُلم چنان مست کرد که دامنم از دست برفت!»

[۱۱] با اجازه از استاد شروان خاقانی.
[۱۲] زَفَر واژه‌ای پهلوی است به معنی دهان همچون در بیت زیر از حکیمِ توس فردوسی: زبانش به سانِ درختی سیاه—زَفَر باز کرده فگنده به راه. نقل بیت از فرهنگ فارسی عمید، برگرفته از وب‌گاه واژه‌یاب.
[۱۳] بر به معنی بار و میوه است و شاید اینجا نکویی و زیبایی هم باشد.
[۱۴] با الهام از "به گردش آر جامی را و ما را ده تو ای ساقی" که برگردان مصرع "الا یا ایهاالساقی ادر کاساً و ناول‌ها" به فارسی از محمدرضا شفیعی کدکنی است. نقل ترجمه از حافظ به سعی سایه.
[۱۵] اینجا مراد از جان‌ها جانان است!

ای مادر![۱۶] ای درختِ بهشت، ای رؤیای بی‌پایان.
دوریت را در پای کوه به شِکوه نشستم.
چشمه‌ها جوشیدند، کوه گریست.
ای مادر، ای غذای آسمانی، ای رؤیای بی‌پایان.
مرا باز دیدارِ تو باید تا دردم را به شکیبایی بر دوش کشم.
ای مادر، ای خستگی‌ناپذیر، ای رؤیای بی‌پایان،
ای که سختی‌های دلتنگی را نیک می‌شناسی.
گاه در دشوارترین نقاط این کوره‌راه دلتنگی
این فرزند، دل‌خسته بر زمین می‌نشیند،
و تخته‌سنگ‌ها را به دیدن اشک‌های او دل سست می‌شود.
در این ناتوانی فرزند به مادر لبخند می‌زند و چیزی نمی‌گوید.
مادر نیز هیچ نمی‌گوید.
ای مادر، ای آفتاب زندگی، ای رؤیای بی‌پایان،
تو در سختی‌های زندگی، پناهگاهی،
دریچه‌ای به روشنی، رمزِ عبورِ دژِ بسته‌ای.
ای مادر، ای مادر، ای رؤیای بی‌پایان،
ای که «الفاظ نهاد و گفتن آموخت.»
«بیا! مرا با تو آرام دل است.»
ای مادر، ای چشم‌های من، ای رؤیای بی‌پایان،
ای روشنی چشم‌های من،
دریغا که دوری، ای روشنی.
اما در هر کجا که باشی،
و ز هر کجا به بر آیی‌ام، و به هر زبان که نوازی‌ام.
چو زمان جدایی فرا رسد،
به سکوت سخن خواهی گفت و به خاموشی خواهی گریست.
ای مادر، ای مهربان، ای رؤیای بی‌پایان،
ای که به مهر عشق می‌ورزی.
تو که مادری و بی‌دریغی و عشق را خوب می‌شناسی،
تو که عاشقی، تو که سیمرغ و بلندآشیانه‌ای،
مرا با خود ببر، ای سیمرغِ عاشق، از اینجا:
به تنهایی، به زیبایی، به سکوت، به مهر، به آرامش،
به رؤیا، به دوردست، به روشنی، به آفتاب،
به عرصهٔ بی‌کرانِ حضرتِ عشق!

«ای دوست!... بسیار بماندم اینجا... وقتِ رفتن است!» بارانِ اشک‌ها...[۱۷]

درآمد: اندر حکایتِ عاشقان!

«این است حکایتِ عاشقان:
محجوبانِ دلنشین‌اند!
دلنشینان نورفشان‌اند!
نورفشانان خاموش‌اند!
خاموشانِ خاکی‌اند!
خاکیانِ آسمانی‌اند!

[۱۶] زیر و زبر که بودی، دامنت که از دست رفت، از جاده خارج می‌شوی! و دیگر باکی‌ات نیست که خامه‌ات چگونه اشک‌افشانی کند! «روی بنمای و وجود خودم از یاد ببر—خرمن سوختگان را همه گو باد ببر!» این چنین شد که بند آخر را با الهام از شعری از نویسنده و شاعر یونانی مانوس اِلِفْتِریو به ترجمهٔ سروش حبیبی به یاد مادرم می‌نویسم، که کمتر روزی است به یادش نباشم؛ گواهش همین بند است! به هر روی، مریم میرزاخانی نیز مادر بود. می‌داند چه می‌گویم! اکنون که از مادرم یاد کردم، یاد قطعهٔ مامِ میهن افتادم که به تاریخ ۲۵ ژانویه ۲۰۱۷ تحت تاثیر و پس از خواندن قطعهٔ زیر از رضا براهنی به یاد مامِ میهن نوشتم و آن را پیشکش نگاه دوست عزیزم فرداد (فرشته‌هوش) کردم.

«شانه کنی یا نکنی آن همه مو را فرق سرت باز منم باز کنی یا نکنی باز
آینه بنگر به پشت سر آینه بنگر به زیرزمین با تو منم خانم زیبا
چهره اگر صد هزار سال بماند آن پشت با تو که من پشت پرده‌ام آنجا
کاکل از آن سوی قاره‌ها بپرانی یا نپرانی با تو خدایی برهنه‌ام آنجا
بی‌تو گدایم ببین گدای کوچهٔ دنیا
با توام ایرانه خانم زیبا!»
مامِ میهن!
مامِ من! ای جانِ من ایرانِ کهن!
شانه کنی یا نکنی، گیسو بر باد کنی یا نکنی!
مهر من! آن عاشق موهات منم!
روی در آیینه کنی یا نکنی! جلوهٔ آفاقِ منی!
نزد تو ای مامِ کهن، مهرهٔ شه‌مات منم!
گر مَه هزاران برود!
کفتر کاکل به سرت! ور به برم پر بدهی یا ندهی!
جانِ منی، جانِ من!
ای مادر زیبای کهن‌سالِ کهن!
بیدلم از بهر تو من!
بی‌سر و بی‌پات منم!
خاکسترت! بامداد.
https://www.wikiseda.com/Simin+Ghadiri/Avazhaye+Digar/Madar

[۱۷] ابر می‌بارد و من می‌شوم از یار جدا—چون کنم دل به چنین روز ز دلدار جدا. ابر: باران، و من و یار ستاده به وداع—من جدا گریه کنم، ابر جدا، یار جدا... امیر خسرو دهلوی.

آسمانی‌یان سرفرازند! شمع و پروانه‌اند!
سرفرازان بخشنده‌اند! شمسِ پرنده‌اند!
بخشنده‌ترین مردمان‌اند! روشنی خانه‌اند!
مردمان صافی‌اند! چشم و چراغ‌اند!
صافی‌یان ساده‌اند! عارف و صادق‌اند!
ساده و پاک‌اند! صادق و سالک‌اند!
پاک و زلال‌اند! سالک و سبکبارند!
زلال و منصف‌اند! سبکبار و شایق‌اند!
منصف و بی‌مانندند! شایق و کاشف‌اند!
بی‌مانند و ماندگارند! کاشفان فروتن‌اند!
ماندگار و گران‌مایه‌اند! فروتنان جانفشان‌اند!
گران‌مایه و یگانه‌اند! جان‌فشانان بیدارند!
یگانه و جانانه‌اند! بیداران آگاه‌اند!
جانانه و دُردانه‌اند! آگاهان ازخودگذشته‌اند!
آبروی آینه‌اند! از خودگذشتگان برقرارند!
کیهانِ پُرستاره‌اند! برقراران بی‌قرارند!
برگِ بی‌برگی‌اند! بی‌قراران سرمست‌اند!
میراث خوبی‌اند! سرمستان مست‌اند!
عصارهٔ راستی‌اند! مستانِ هست‌اند!
معنای درستی‌اند! هستانِ نیست‌اند!
افتخار هستی‌اند! نیستانِ هست‌اند!
دنیای خوش‌خویی‌اند! هستانِ مست‌اند!
خوش‌خوی و خوش‌سخن‌اند! مستانِ مست‌اند!
الگو و سدشکن‌اند! مستانِ مست‌اند!
زیبا و بی‌پیرایه‌اند! مستانِ مست‌اند!...»[۱۸]

[۱۸]امروز که ششم آذر ماه ۱۳۹۶ است، و سالروز غروبِ بی‌طلوع خورشید پدرم، که یاد عزیز او نیز همواره با من است، به دیدار چندده‌بارهٔ این جان‌نوشته آمدم؛ شمارَش از کفم رفته است. جان‌نوشته‌ای که کمتر از یک ماهی است از نگارش آن می‌گذرد... باری، با خود گفتم شاید ردی از مکاتبهٔ زیر از علاءالدولهٔ سمنانی در جانم بوده است وقتی که به آخرین عباراتِ بالا رسیده بودم.

من مست، ساقی مست
پیاله مست، صُراحی مست
اشارت مست، عبارت مست
مست مست، مستی مست
هست مست، هستی مست
نیست مست، نیستی مست
دل مست، جان مست
هر چه در جهان، مست!

مکاتبهٔ بالا مرا به یاد عزیز ازدست‌رفتهٔ دیگری، دینا رجبعلی‌پور، می‌اندازد که او نیز با تیر سرطان در فروردین ۱۳۹۴ از مدارِ ما، و از نگاه ما، از این دیار خاکی، رخت بربست و برفت. یک ماهی پیش از هجرت ابدی و واپسین سفرش یادداشتی برایش نوشتم، و آن یادداشت را با این مکاتبه آذین بستم، باشد که به او دل دهد. نیز رباعی زیبا و جان‌افزای زیر منسوب به حکیمِ نشابور خیام را چاشنی آن یادداشت کردم و پیشکش نگاه دینای جوان، بلکه کاری کرده، راهی به جایی برده باشم.

زان می که حیاتِ جاودانی است، بخور
سرمایهٔ لذتِ جوانی است، بخور
سوزنده چو آتش است لیکن غم را
سازنده چو آب زندگانی است، بخور

دینا، به گواه آنان که او را می‌شناختند و هنوز می‌شناسند، دنیای مهربانی، سادگی، زیبایی، خوش‌خویی و بی‌پیرایگی بود. سعی‌ام را کردم ولیک افسوس که کار از کار گذشته بود؛ یادش به خیر که او نیز بسیار عزیز بود. همچو حافظ همه شب ناله و زاری کردیم—کای دریغا به وداعش نرسیدیم و برفت... جهان و هر چه در او هست سهل و مختصر است—ز اهلِ معرفت این مختصر دریغ مدار... غبارِ غم برود، حال خوش شود حافظ—تو آبِ دیده از این رهگذر دریغ مدار...

نصیب عاشقان در عشق جز غم نیست!
غمشان وصول است، و در وصول جز آتش و غم نیست!
زیرکانِ دیوانه‌اند!
آشنایانِ بیگانه‌اند!
مجنونانِ هشیارند!
مرغانِ قفس‌شکن‌اند!
باغبانانِ گل‌بدن‌اند!
رهروانِ بی‌برگ‌اند!
زندگانِ بی‌مرگ‌اند!
سفرشان جز حقیقت نیست!
ستارگانِ سماوات یقین‌اند!
جانِ حُرّشان بندهٔ عشق است زانکه مرغِ روحشان قفسِ جسم بشکست!
در باغِ عشق را به سر پیش شوند، دُرّ دریای عشق را به جان خویش شوند!
ویران‌کنان سرای طبیعت‌اند، بی‌خودانِ راه حقیقت‌اند!
رَخْشِ دلشان جز بارِ محبت نکشد!
لبِ جانشان جز شرابِ الفت نچشد!
عشوه‌خران بی‌مقصود و استادان بی‌مزدورند!
در ره عشق از افسردگی دورند!
نازکان دل‌خَوش‌اند!
مهرویان کَش‌اند![۱۹]
شربتشان جز خون جگر نباشد زانکه ابرِ عشق جز اشکِ غم در دل ایشان نپاشد!
شب ایشان همه روز است!
روز ایشان همه نوروز است!
طراران یارفریب‌اند. جز در کوچهٔ یار از دستِ غم نگریزند!
خُلقشان "بزرگی" است!
طریقشان پارسایی است!
می‌سوزند و می‌سازند!
می‌دانند و می‌باشند!
ترنم: نوای دردشان!
سماع خوشِ مِزمار[۲۰]: مُزیلِ[۲۱] گَردشان!
به شهرودِ عشق، نوای "عاشقانه" زنند!
در راه جانان، جان و دل بگدازند تا کار جدایی براندازند!
در مَزکِت[۲۲] کوچهٔ یار مناجاتی باشند!
در صومعهٔ زُهّاد خراباتی باشند!
هر چه گویی نشنوند!
در عشقِ یار یکدم نغنوند!
ملوکان زمانه را پیش ایشان قدم نیست زیرا که عشق ایشان از مُلکِ دو جهان کم نیست!
چون مست شوند از پیش یار بگریزند و در طلب مشهودِ ازل خون‌ها ز دیده بریزند!
چرخ جز بار عشق ایشان نکشد!
دهر در مجلسِ دردشان جز شربت غم نچشد!
چون بگریند، ابر بگرید!
چون بنالند، کوه بنالد!...

عبهرالعاشقین، روزبهان بَقْلی[۲۳]

[۱۹] کَش به معنی خوب و خوش و نیک است.
[۲۰] نای، سرنای عربی از آلات موسیقی
[۲۱] برطرف‌کننده، پاک‌کننده
[۲۲] مَزکِت، مسجد، پرستش‌گاه
[۲۳] با تصرف. عبهرالعاشقین، نرگس عاشقان، شاید کنایه از چشم عاشقان باشد. آی عشق! آی عشق! «دل داغِ تو دارد ار نه بفروختمی—در دیده تویی وگرنه بردوختمی. جان منزلِ توست، ورنه روزی صد بار—در پیش تو چون سپند برسوختمی.» رباعی، منسوب به ابوسعید ابوالخیر، برگرفته از کتیبهٔ مزار روزبهان بقلی. عبارات بین گیومه‌ها در درآمدِ یادداشت از نگارنده است.

پس‌درآمد:

مادری بود نامِ او مریم،
نازنین بود و عاشق و زیبا.
دختری داشت، کودک و شیرین،
دخترک، نامِ او آناهیتا.

بانوی بهار (بود)، با بهار دمید.
در تمامِ فصول، عاشقانه چمید.
گلِ مریم، دریغ، با افولِ تیر رهید.
چشمِ عاشقان در قفاشْ اشک‌پیما.

تابلوی دو خواهر پییر آگوست رنوآر
در نگاه من است: مریم و آناهیتا.

«بیا و کشتی ما در شطِ شراب انداز!» بیش از بیست و دو سال پیش، بهار ۱۳۷۴، آخرین بار و آخرین سالی بود که با کلاسی تحت عنوان کارگاه مسائل گوناگون تنها اندکی درگیر کار با دانش‌آموزان اردوی نهایی آمادگی برای المپیاد ریاضی دانش‌آموزی جهانی بودم، که تا آن سال در دانشگاه صنعتی شریف برگزار می‌شد. دیگرانی بودند که حسابی درگیر کار با دانش‌آموزان اردوی نهایی بودند. تا آنجا که به یاد می‌آورم از دانش‌آموزان اردوی نهایی، که اگر اشتباه نکنم در مقطعی ده نفر بودند، هر هفته امتحان می‌گرفتند؛ و بدین طریق در مرحله‌ای شش نفر نهایی اعزامی به مسابقات المپیاد جهانی تعیین می‌شدند. خلاصه اینکه افرادی بودند که بسیار درگیر بودند و زحمت می‌کشیدند. من اما کارم مینیمال/کمینه بود و خود در حاشیه. یادش به خیر مریم میرزاخانی نیز از دانش‌آموزان و ستارگان درخشان آن آخرین سالِ حضورِ کمینهٔ من در اردوی نهایی المپیاد ریاضی دانش‌آموزی بود. به هر روی اوضاع برای من چنان بود و آن روزها چون برق و باد رفتند؛ به قول خیام بزرگ: گذشت... چون آب به جویبار و چون باد به دشت. و نیز چه گل‌هایی لطیف که در طی این سالیان پژمردند و بسیار نازنینان، از جمله مریم میرزاخانی، بار بستند و رفتند. بگذرم. بر آن بودم که پس‌درآمد این یادداشت را به انگلیسی بنگارم. پس سخت مشغول این کار شدم . کار هم، بسیار بهتر از آن پیش رفت که فکر می‌کردم پیش برود. ولی به واسطهٔ حجم مطالبی که به ذهنم رسید، دامنم از دست برفت! از یک سو، به این نتیجه رسیدم که نمی‌توانم کار را در ظرف مدتی کوتاه، حتی دو-سه ماهه، به سرانجام رسانم، و از سوی دیگر، اصولا جای انتشار آن نتایج پژوهشی اینجا نبود. پس بر آن شدم که این پس‌درآمد را به اختصار به فارسی برگزار کنم و پس‌درآمد انگلیسی مد نظرم را، اگر عمری باقی بود، وقتی دیگر در طی ماه‌های آینده، چه بسا که شاید بیش از یک سالی طول بکشد، به صورت مقاله‌ای پژوهشی پیشکش یاد گرامی مریم میرزاخانی کنم.

تو ای شاهینِ نیرومند! در کُهسارِ آبی رنگ!
خبر داری اگر از آتش خورشیدِ جادوگر!
مرا هم شهپری فرما شگرف و آسمان‌آهنگ!
که تا از چشمهٔ چرخندهٔ گردون برآرم سر!
سپاه آمد ز گَردِ راه، یاران! خیمه بِفْرازید!
شرابی نو دراندازید در این جامِ زرّینه!

[۲۴] جنگجویان جوان اینجا راه‌جویان رزم‌جوی کشف گزاره‌های مبارزطلب دنیای پاک ریاضی هستند!
[۲۵] احسان طبری

شما ای جنگجویان جوان![۲۴] گر خود خوش‌آوازید
سرودی گرم بِنْوازید با آهنگِ دیرینه![۲۵]

نخست، خوب است به راه‌جویان رزم‌جوی کشف گزاره‌های مبارزطلب دنیای پاک ریاضی بگوییم که حل مسائل غیر بدیهی ریاضی به طور مستقل و بدون کمک‌گیری از دیگران، به معنی حقیقی و مجازی سخن، بُن‌مایه و جان و جوهرِ ریاضیِ فرد را آشکار می‌کند و محک می‌زند. حل این گونه مسائل اعتماد به نفس و احساس خرسندی بی‌کرانی به فرد می‌بخشد تا حدی که با واژگان به وصف ناید. به تعبیر گاوسِ بزرگ: گیرایی دلربای این دانشِ شریف با تمامی زیبایی (جادویی)اش تنها بر آنان آشکار می‌شود که یارای رفتن به ژرفای آن را داشته باشند. پس به خوانندگان، و به ویژه راه‌جویان، ریاضی توصیه می‌شود در گام نخست به طور مستقل به مسائلی که در این یادداشت به اختصار مطرح می‌شوند، بپردازند. تنها پس از این مرحله راه حل‌های به اختصار ارائه شده را ترجیحا در طی چند مرحله به تدریج بخوانند، دریابند، و هضم کنند. ناگفته نماند که بهترین راه درک مسائل ریاضی حل مستقل آنهاست. به طور کلی کاملترین، اساسی‌ترین، لذت‌بخش‌ترین، هیجان‌انگیزترین، و متعالی‌ترین روش یادگیری هر مبحث ریاضی کشف مستقل آنهاست! البته این امر، امری نسبی و در عین حال ناآسان و غیر بدیهی است. هر چه کشف شما مستقل‌تر باشد، درک شما کامل‌تر و متعالی‌تر خواهد بود. در هر سطحی که باشید معیاری ملموس و ساده برای اینکه بدانید چقدر ریاضیات را عمیقا درک کرده‌اید این است که در عمل چقدر می‌توانید مسائل غیر بدیهی ریاضی را، که با آن برخورد می‌کنید، مستقلا حل کنید. با این شرح و مقدمه، اکنون با مسأله‌ای از دورانِ دانشجویی‌ام از دهه ۶۰ شروع می‌کنم، که مسأله و برهانش را از دوست عزیز روزهای دورم شاهین (امیری شریفی) به یادگار دارم.

فرض کنید نقاط صفحه با دو رنگ سبز و آبی رنگ‌آمیزی شده‌اند. ثابت کنید همواره یک مثلث وجود دارد که رئوس و مرکز هندسی یا ثقلش، که آن را به طور ساده مرکز مثلث می‌خوانیم، همرنگ هستند.

به روشنی مثلثی با رئوس همرنگ، مثلاً آبی با رئوس B_1, B_2, B_3، موجود است. اگر مرکز این مثلث آبی باشد، برهان تمام است. اگر نه، فرض کنید مرکز مثلث سبز باشد و آن را با G_0 نشان دهید. به ازای هر راس مثلث مانند B_i $(1 \leq i \leq 3)$ مثلثی با مرکز B_i بسازید که دو راس از رئوسش دو راس دیگر مثلث داده‌شده، یعنی B_j $(j \neq i)$ هستند. اگر راس سوم یکی از این سه مثلث آبی باشد، برهان کامل است زیرا مثلثی با سه راس آبی و مرکز آبی به دست آورده‌ایم. در غیر این صورت، راس سوم هر یک از سه مثلث حاصل سبز خواهد بود. این رئوس را با G_1, G_2, G_3 نشان دهید. در این صورت، توجه کنید که G_0 همچنین مرکز مثلث با رئوس G_1, G_2, G_3 خواهد شد. این برهان را کامل می‌کند.

حال اجازه دهید این مسأله را تعمیم دهیم. به قول کارل ژاکوبی (یاکوبی با تلفظ آلمانی) همیشه باید تعمیم داد.[۲۶] نخست توجه کنید که به ازای هر عدد طبیعی داده‌شدهٔ $n \in \mathbb{N}$، همواره یک n-ضلعی محدب با رئوس همرنگ وجود دارد. در واقع به ازای هر دایره داده‌شده در صفحه و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ داده‌شده، همواره تعدادی ناشمارا n-ضلعی محدب با رئوس همرنگ و واقع بر دایرهٔ داده‌شده وجود دارند (چرا؟). حال متناظر به هر چنین n-ضلعی با رئوس همرنگ بر یک دایرهٔ داده‌شده با شبیه‌سازی استدلال بالا n-ضلعی محدبی حاصل می‌شود که رئوس و مرکزش همرنگ هستند. بدین صورت در می‌یابیم که به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ داده‌شده، همواره تعدادی ناشمارا n-ضلعی محدب با رئوس و مرکز همرنگ وجود دارند. برای این منظور فرض کنید رئوس، مثلا آبی، n-ضلعی محدبی واقع بر یک دایره داده‌شده B_i $(1 \leq i \leq n)$ باشند. اگر مرکز n-ضلعی محدب $B_1B_2\cdots B_n$ آبی باشد، چیزی برای اثبات نداریم. اگر نه، فرض کنید مرکز n-ضلعی محدب $B_1B_2\cdots B_n$ سبز باشد و آن را G_0 بنامید. به ازای هر $1 \leq i \leq n$ قرار دهید $X_i = (n+1)B_i - \sum_{j=1}^{n} B_j$. به روشنی مرکز چندضلعی $B_1\cdots B_{i-1}X_iB_{i+1}\cdots B_n$ راس B_i است. پس اگر X_i آبی‌رنگ باشد، حکم ثابت است. در غیر این صورت تمامی X_iها سبزرنگ‌اند. حال روشن است که n-ضلعی $X_1X_2\cdots X_n$ محدب است و مرکز آن G_0 سبزرنگ است. ولی تمامی X_iها سبزرنگ‌اند. این برهان را کامل می‌کند.

این راه حل به نوعی یادآور تکیه کلام و اندرز مشهور دیگری از کارل ژاکوبی است، اینکه همیشه باید وارون گرفت.[۲۷] اکنون می‌توان مسأله را به ابعاد بالاتر تعمیم داد. برای سادگی تنها به بعد سه اکتفا می‌کنم و لذت برخورداری از تعمیم و حل مسأله در ابعاد بالاتر بر حسب سیمپلکس‌ها را برای خواننده باقی می‌گذارم! فرض کنید نقاط $\mathbb{R}^3$ با دو رنگ آبی و سبز رنگ‌آمیزی شده‌اند. در این صورت به ازای هر کرهٔ با شعاع مثبت تعدادی ناشمارا هرم با رئوس همرنگ واقع بر کرهٔ داده‌شده وجود دارند. نیز تعدادی ناشمارا هرم با رئوس و مرکز همرنگ وجود دارند.

مسالهٔ زیر، تا آنجا که به یاد می‌آورم، یکی از مسائل پیشنهادی توسط یکی از تیم‌های شرکت‌کننده در مسابقات المپیاد دانش‌آموزی

[26] Man muss immer generalisieren. Carl Jacobi (1804-1851) [27] Man muss immer umkehren.

جهانی برای یکی از دوره‌های این مسابقات بود. این مسأله را در سه یا چهار سالی که با دانش‌آموزان اردوی نهایی المپیاد دانش‌آموزی کار می‌کردم در کلاس‌های کارگاه مسائل گوناگون مذکور مطرح می‌کردم. یاد باد!

فرض کنید زیرمجموعه‌ای ناتهی از فضای سه‌بعدی دارای این ویژگی باشد که اشتراکش با هر صفحه تهی، تک‌عضوی، و یا یک دایره است. ثابت کنید زیرمجموعهٔ مذکور یک کره یا یک مجموعهٔ تک‌عضوی است.

فرض کنید S زیرمجموعه‌ای ناتهی از فضای سه‌بعدی باشد به طوری که اشتراکش با هر صفحه تهی، تک‌عضوی، و یا یک دایره است. فرض کنید S تک‌عضوی نباشد. در نتیجه صفحه‌ای مانند Σ موجود است که اشتراکش با S یک دایره مانند C است. برای اتمام برهان کافی است ثابت کنیم تمام صفحات گذرا از مرکز C و عمود بر صفحهٔ Σ، که شامل C است، S را در دایره‌هایی با شعاعی یکسان قطع می‌کنند. برای این منظور، به برهان خلف، فرض کنید صفحاتی اینچنین و متمایز مانند Σ_1, Σ_2 موجودند که مجموعهٔ S را به ترتیب در دایره‌هایی مانند C_1, C_2 به شعاع‌های r_1, r_2 قطع می‌کنند. بدون آنکه از کلیت کاسته شود، فرض کنید $r_1 < r_2$. در این صورت یک صفحه Σ_3 مماس بر دایرهٔ C_1 در نقطه‌ای مانند P_1 موجود است که دایرهٔ C_2 را در دو نقطهٔ P_2, P_3 قطع می‌کند. به روشنی، نقاط P_1, P_2, P_3 هم‌خط‌اند و در واقع $P_1 = (P_2 + P_3)/2$. در نتیجه، Σ_3 مجموعهٔ S را در مجموعه‌ای ناتهی قطع کرده است که تک‌عضوی و یک دایره نیست. این تناقض برهان را کامل می‌کند.

با الهام از مسأله بالا می‌توان مسأله‌های زیر را هم طرح کرد و همچنین با الهام از برهان بالا می‌توان آنها را ثابت کرد. این امر به خوانندهٔ علاقه‌مند واگذار می‌شود.

فرض کنید زیرمجموعه‌ای ناتهی از فضای سه‌بعدی دارای این ویژگی باشد که اشتراکش با هر صفحه تهی، تک‌عضوی، و یا یک قرص بسته است. ثابت کنید زیرمجموعهٔ مذکور یک کرهٔ توپر (گوی بسته) یا یک مجموعهٔ تک‌عضوی است.

فرض کنید زیرمجموعه‌ای ناتهی از فضای سه‌بعدی دارای این ویژگی باشد که اشتراکش با هر صفحه تهی، تک‌عضوی، و یا یک قرص باز است. ثابت کنید زیرمجموعهٔ مذکور یک کرهٔ توپرِ باز (گوی باز) یا یک مجموعهٔ تک‌عضوی است.

همچنین روایت‌هایی از مسأله را می‌توان در ابعاد بالاتر طرح کرد. یک مورد را در زیر مطرح می‌کنم.

فرض کنید $3 \leq n \in \mathbb{N}$ و زیرمجموعه‌ای ناتهی از فضای اقلیدسی حقیقی n-بعدی دارای این ویژگی باشد که اشتراکش با هر زیرفضای آفین $(n-1)$-بعدی، یا تهی، یا تک‌عضوی، و یا یک کرهٔ $(n-2)$-بعدی است. ثابت کنید زیرمجموعهٔ مذکور یک کرهٔ $(n-1)$-بعدی یا یک مجموعهٔ تک‌عضوی است.

روشن است که منظور از یک زیرفضای آفینِ یک فضای برداری، انتقال‌یافتهٔ یک زیرفضای برداری فضاست. یعنی، زیرمجموعه‌ای به صورت $v + W$ از فضای برداری V که در آن $v \in V$ و $W \leq V$ یک زیرفضای V است. همچنین منظور از بعدِ زیرفضای آفین، بعدِ زیرفضای برداری است که انتقال‌یافتهٔ آن است. فضای اقلیدسی حقیقی n-بعدی همان طور که می‌دانید $\mathbb{R}^n$ به همراه ضرب داخلی متداول آن است که از کودکی با آن و در آن بزرگ شده‌ایم، البته به ازای $n = 3$! و کسی چه می‌داند شاید هم به ازای عددی $n \geq 3$! اکنون که سخن از زیرفضاهای آفین فضاهای برداری در میان آمد، با الهام از مسألهٔ بالا می‌توان ابتدا مسأله‌ای آسان‌تر را به صورت زیر مطرح کرد.

فرض کنید زیرمجموعه‌ای ناتهی از فضای سه‌بعدی دارای این ویژگی باشد که اشتراکش با هر صفحه تهی، یک خط، و یا یک صفحه است. ثابت کنید زیرمجموعهٔ مذکور یک صفحه یا کل فضای سه‌بعدی است.

و البته می‌توان مسأله را در قاموس فضاهای برداری به صورت زیر کمی سختتر کرد.

فرض کنید زیرمجموعه‌ای ناتهی از یک فضای برداری با بعد بیشتر از $k \in \mathbb{N}$ دارای این ویژگی باشد که اشتراکش با هر فضای k-بعدی آفین، یا تهی، یا یک فضای آفین k-بعدی، و یا یک فضای آفین $(k-1)$-بعدی است. در این صورت فضای برداری $(k+1)$-بعدی است و زیرمجموعهٔ مذکور یک زیرفضای آفین با بعد دست کم k است.

کلی‌ترین شکل مسأله وقتی است که فضای برداری را نه لزوما متناهی‌بعد روی یک حلقهٔ تقسیم دلخواه در نظر بگیرید. همین کار را بکنید! به یک معنی مسأله‌های بالا به این معنی‌اند که ویژگی‌های آفین بودن و کروی بودن تحت گرفتن مقاطع آفین از فضا پایا هستند. احساسم این است که عکس این مطالب نیز به مفهوم حدس‌های زیر برقرار است. حدس است و آرزو، و آرزو بر مردمان عیب نیست! در

زیر، به ازای $k,n \in \mathbb{N}$ که $k < n$، وقتی می‌نویسیم $\mathbb{R}^k \subseteq \mathbb{R}^n$ یعنی به طور مرسوم $\mathbb{R}^k$ را با همزاد طبیعی‌اش $\mathbb{R}^k \times \{0\}^{n-k} \subseteq \mathbb{R}^n$ یکی می‌گیریم و آن را بدین گونه به چشم زیرمجموعه‌ای از $\mathbb{R}^n$ می‌نگریم. فرض کنید $S_0 \subseteq \mathbb{R}^k$ داده شده باشد. زیرمجموعهٔ $S \subseteq \mathbb{R}^n$ را با $S_0 \subseteq \mathbb{R}^k$ مشابه می‌خوانیم و می‌نویسیم $S \sim S_0$ هر گاه ماتریسی متعامد مانند $A \in M_n(\mathbb{R})$، عددی چون $r_0 > 0$، و یک بردار $y_0 \in \mathbb{R}^n$ موجود باشند به طوری که $S_0 = r_0 A(S) + y_0 := \{r_0 Ax + y_0 : x \in S\}$. ماتریس $A \in M_n(\mathbb{R})$ را متعامد نامیم هر گاه $AA^t = A^tA = I_n$، که در آن $A^t \in M_n(\mathbb{R})$ ماتریس ترانهادهٔ $A \in M_n(\mathbb{R})$ است.

حدس. ۱. فرض کنید $k,n \in \mathbb{N}$، $k \leq n$، و $\emptyset \neq S_0 \subseteq \mathbb{R}^k$ داده شده باشند. فرض کنید مجموعه‌ای مانند $S \subseteq \mathbb{R}^n$ دارای این ویژگی باشد که اشتراک آن با هر زیرفضای آفین k-بعدی همواره با زیرمجموعهٔ ناتهی داده‌شدهٔ $S_0 \subseteq \mathbb{R}^k$ مشابه است، و در نتیجه به ویژه همواره ناتهی است. در این صورت $S_0 = \mathbb{R}^k$ و $S = \mathbb{R}^n$.

۲. فرض کنید $3 \leq n \in \mathbb{N}$ و $\emptyset \neq S_0 \subseteq \mathbb{R}^n$ داده شده باشند. فرض کنید مجموعه‌ای ناتهی مانند $S \subseteq \mathbb{R}^n$ دارای این ویژگی باشد که همواره اشتراک آن با هر زیرفضای آفین $(n-1)$-بعدی فضای اقلیدسی $\mathbb{R}^n$ یا تهی است، یا تک‌عضوی است، و یا با زیرمجموعهٔ ناتهی داده‌شدهٔ $S_0 \subseteq \mathbb{R}^n$ مشابه است. در این صورت یا S_0 تک‌عضوی است، که در این حالت S نیز تک‌عضوی است، یا S_0 مشابه با کرهٔ واحد $(n-2)$-بعدی در $\mathbb{R}^{n-1}$ است، که در این حالت S یک کرهٔ $(n-1)$-بعدی در $\mathbb{R}^n$ است، یا S_0 مشابه با گوی باز واحد در $\mathbb{R}^{n-1}$ است، که در این حالت S یک گوی باز در $\mathbb{R}^n$ است، یا S_0 مشابه با گوی بستهٔ واحد در $\mathbb{R}^{n-1}$ است، که در این حالت S یک گوی بسته در $\mathbb{R}^n$ است.

ناگفته نگذارم که شاید بهتر باشد در حدس‌های بالا $\emptyset \neq S_0 \subseteq \mathbb{R}^n$ را همبند و یا، برای راحتی، همبند مسیری گرفت. به هر روی، در بالا به نوعی از شعار معروف ژاکوبی، در اینکه همیشه باید وارون گرفت، پیروی کردیم! تا آنجا که می‌دانم منظور ژاکوبی در شعار معروفش وارون‌گیری از توابع بود هر چند که اینجا به نوعی تعمیمی از وارون مسأله‌ای که با آن شروع کردیم را در نظر گرفتیم. و البته این خود تعمیمی است از شعار همیشه باید وارون گرفت! یعنی اینکه همیشه باید، با چاره اندیشی، وارون گرفت نه تنها در سطح توابع بلکه در سطح مسأله‌ها!

مسألهٔ بعدی را از می‌تی‌یا (مستنک)[۲۸] دوست عزیز دوران تحصیلم در دانشگاه دالهاوزی به یادگار دارم. در واقع مسألهٔ زیر یکی از مسأله‌های چهارمین مسابقهٔ جهانی دانشجویی (IMC) بود، و می‌تی‌یا یکی از شرکت‌کنندگان آن مسابقه.

فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ و $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ با این ویژگی باشند که $AB - BA$ وارون‌پذیر است و $A^2 + B^2 = AB$. در این صورت n بر ۳ بخش‌پذیر است.

باید اذعان کنم که لذت کشف راه حل جادوگونهٔ این مسأله را هرگز فراموش نمی‌کنم. با الهام از مولانای بلخی/رومی می‌گویم: این آن داند که او را شمّی باشد! خیلی دوست دارم بدانم که آیا راه دیگری از این مسأله وجود دارد.

به روشنی، برای اینکه نشان دهیم $3|n$، کافی است نشان دهیم $w^n = 1$، که در آن $w = e^{i2\pi/3}$، و لذا $\overline{w} = -1 - w$. نخست توجه کنید که

$$(A+wB)\overline{(A+wB)} = A^2+B^2+\overline{w}AB+wBA = w(BA-AB).$$

در نتیجه

$$\begin{aligned} |\det(A+wB)|^2 &= \det(A+wB)\overline{\det(A+wB)} \\ &= \det(A+wB)\det\overline{(A+wB)} \\ &= \det\left((A+wB)\overline{(A+wB)}\right) \\ &= w^n \det(BA-AB), \end{aligned}$$

که از آن حاصل می‌شود $w^n \in \mathbb{R}$ زیرا $\det(BA-AB) \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. این امر به روشنی ایجاب می‌کند $w^n = 1$، و این برهان را کامل می‌کند.

توجه کنید که استدلال بالا تنها برای ماتریس‌های با درایه‌های حقیقی کار می‌کند. جالب است بدانید که این مسأله برای ماتریس‌های با درایه‌های مختلط و همچنین برای ماتریس‌های با درایه‌های کواترنیونی نیز برقرار است. در واقع این مسأله برای ماتریس‌های با درایه‌های در یک میدان دلخواه با مشخصهٔ صفر برقرار است. این سه حکم را ثابت کنید! اما می‌توان دید که با ایدهٔ استدلال بالا در واقع می‌توان نشان داد که مسأله برای ماتریس‌های با درایه‌های در یک میدان دلخواه که در آن معادلهٔ $x^2+x+1 = 0$ فاقد جواب است، مانند میدان $\mathbb{Z}_p$ (p عددی اول به شکل $3k+2$)، برقرار

[28] Mitja Mastnak

است. (چگونه؟) به طور کلی نمی‌دانم که آیا حکم برای ماتریس‌های با درایه‌های در یک میدان دلخواه با مشخصهٔ ناصفر یا با درایه‌ها در یک حلقهٔ تقسیم دلخواه برقرار است یا نه. به ویژه برای ماتریس‌های با درایه‌های در یک حلقهٔ تقسیم دلخواه به نظر نمی‌آید که بتوان به سادگی به این سئوال جواب داد. پس این شما و این دو پرسش غیر بدیهی و مبارزطلب! در ضمن، در صورت تمایل، می‌توانید به توصیهٔ ژاکوبی از مسأله وارون بگیرید! یعنی اینکه به ازای $n \in \mathbb{N}$ داده‌شده که $3|n$، ببینید که آیا ماتریس‌هایی مانند $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ می‌توانید بیابید با این ویژگی که $AB - BA$ وارون‌پذیر باشد و $A^2 + B^2 = AB$.

مسألهٔ زیبایی که در پی می‌آید از جادوگرِ خوش‌قلبِ بوداپست پال اردیش[29] است.[30] خیلی دوست دارم راه حل اصلی اردیش از این مسأله را بدانم. به گفتهٔ بلا بلوباش[31] در [۴، صفحهٔ ۹۶] پال اردیش مسألهٔ زیر را برای اپسیلون‌ها، که اینجا منظور نوآموزان ریاضی است، مطرح می‌کرد. به ویژه که مسأله را برای بلا بلوباش نیز به سال ۱۹۵۸، وقتی که اپسیلونی پانزده ساله بود!، مطرح کرده بود.

فرض کنید مربعی با طول ضلع a شامل دو مربع با درون‌های مجزا با طول ضلع‌های به ترتیب a_1 و a_2 باشد. ثابت کنید $a_1 + a_2 \leq a$.

در واقع حدسی معروف از اردیش به سال ۱۹۳۲ است اینکه به ازای هر $k \in \mathbb{N}$ داده‌شده، اگر مربعی با طول ضلع a شامل $k^2 + 1$ مربع با درون‌های دوبه‌دو مجزا و با طول ضلع‌های به ترتیب $a_1, \ldots, a_{k^2+1}$ باشد، آنگاه

$$a_1 + \cdots + a_{k^2+1} \leq ka.$$

حدس اردیش در حالت $k = 1$ مسألهٔ بالای اوست و به ازای $k = 2$ به نقل از [۸] توسط دی.جِی. نیومن[32] اثبات شده است. به ازای مقادیر دیگر $k > 2$ حدس اردیش هنوز حل نشده است. برای جزئیاتی بیشتر در ارتباط با حدس اردیش خوانندهٔ علاقه‌مند را به مراجع [۴، صفحهٔ ۹۶]، [۵]، و [۹] رجوع می‌دهم. برای راه حلی مبسوط از مسأله اردیش خواننده را به [۴، صفحهٔ ۹۵] یا به مقالهٔ دیدار با مسأله [۱، صفحهٔ ۷۶] رجوع می‌دهم. همان گونه که در مقالهٔ [۱] اشاره شد، از راه حلِ ارائه‌شده در آن مقاله در واقع نتیجهٔ زیر حاصل می‌شود.

نخست اینکه در یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه داده‌شده مربعی دارای مساحت ماکسیمم است که یک رأس آن بر یکی از رأس‌های زاویهٔ قائمهٔ ذوزنقه که دارای قاعدهٔ بزرگتر است واقع باشد. همچنین به طور مشابه، در یک مثلث قائم‌الزاویه داده‌شده، که حالت حدی ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه است، مربعی دارای مساحت ماکسیمم است که یک رأس آن بر یک رأس زاویهٔ قائمهٔ مثلث واقع باشد.

در [۱] همچنین با بی‌دقتی و سهل‌انگاری، که گاه‌گاه بلای جانِ ریاضی‌کاران می‌شود!، ادعا شد که از راه حل ارائه‌شده برای مسألهٔ اردیش در [۱] نتیجه می‌شود که

اگر مستطیلی به طول ضلع‌های a و b شامل دو مستطیل با درون‌های مجزا و با طول اضلاع a_1 و b_1، و a_2 و b_2 باشد، آنگاه

$$\min(a_1, b_1) + \min(a_2, b_2) \leq \min(a, b).$$

چنین نیست. ادعای بالا حتی وقتی که سه مستطیل داده‌شده مشابه باشند نادرست است. (چرا؟) شاید وقتی که مستطیل‌ها مشابه باشند و نسبت طول به عرض آنها بیشتر از ۲ باشد بتوان چنین حدسی زد!

اما بگذارید بگوییم شکل محدب داده‌شدهٔ Δ در صفحه مسألهٔ اردیش را برآورده می‌کند یا به تعبیر [۲] کیپ است هر گاه به ازای هر سه شکل داده‌شدهٔ $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ مشابه با Δ که $\Delta_1 \cup \Delta_2 \subseteq \Delta_3$ و Δ_1, Δ_2 دارای درون‌های مجزا هستند، داشته باشیم

$$P(\Delta_1) + P(\Delta_2) \leq P(\Delta_3),$$

که در آن $P(.)$ نشانگر تابع محیط است. بنا به گزاره‌ای زیبا از [۲] (قضیهٔ ۳۷) شکل محدب و کراندار Δ مسألهٔ اردیش را برآورده می‌کند اگر و تنها اگر یک n-ضلعی منتظم یا یک خمِ با پهنهٔ ثابت باشد. برای جزئیات تعاریف مربوطه خواننده را به مرجع [۲] بازگشت می‌دهم. می‌بینید که در این بساط حدس زدن هم کارِ آسانی نیست! هر چند که، به قول استاد سخن سعدی، «به عمل کار برآید به سخن‌دانی نیست!» باری، هنوز می‌توان مسأله و حدس اردیش را در ابعاد بالاتر تعمیم داد. تنها به تعمیم مسألهٔ اردیش، البته به صورت حدس، در

[29] Paul Erdös (۱۹۱۳-۱۹۹۶)
[30] تعبیرِ جادوگرِ بوداپست (der Zauberer von Budapest) برای پال اردیش از ریاضیدان نامی آلمانی عیسای شور (۱۸۷۵-۱۹۴۱) Issai Schur است.
[31] Béla Bollobás
[32] D.J. Newman

ابعاد بالاتر اشاره کرده، باقی ماجراجویی، خیال‌پردازی، و بلندپروازی البته واقع‌گرایانه را به خوانندهٔ علاقه‌مند واگذار می‌کنم!

حدس. فرض کنید $n \geq ۳$ و A، B، و C سه n-سادک قائم منتظم در $\mathbb{R}^n$ به ترتیب، با طول ضلع‌های a، b، و c باشند به طوری که C شامل A و B باشد و به طوری که درون‌های A و B مجزا باشند. در این صورت $a + b \leq c$.

گزارهٔ زیر مربوط به بخشی از کارهای ناتمام مربوط به نگارش انگلیسی پس‌درآمد این یادداشت است، که در آغاز از آن سخن گفتم.

گزارهٔ زیر گزاره‌ای با الهام از قضیهٔ کلاسیک اسکولم-نوتر[۳۳] است. برای رعایت اختصار از یادآوری تعاریف مفاهیم آمده در بیان گزارهٔ زیر، که کاملا استاندارد هستند، خودداری می‌کنم.

گزاره. فرض کنید F یک میدان، A یک F-جبر یکدار، و B یک زیرجبر متناهی‌بعد A باشد که مرکزسازش در A متشکل از مضارب اسکالر عضو همانی A باشد. به علاوه فرض کنید جبر A شامل یک پایهٔ فضای برداری متشکل از اعضای وارون‌پذیر A باشد و دیگر اینکه A به عنوان یک A-B-دومدول یا به عنوان یک B-A-دومدول ساده باشد. در این صورت هر همریختی F-جبری از B به توی A را می‌توان به یک یکریختی درونی از A به روی A گسترش داد. به ویژه هر چنین همریختی یک تکریختی است.

سرانجام حدس آخری که در پایان این یادداشت می‌آورم حاصل بیش از ۱۵ سال از بخش عمده‌ای از کارم است، که البته به طور طبیعی مانند تمامی کارهای دیگر ما بر شانهٔ کارهای پیشینیان ما قرار گرفته است. این حدس به پرسش کلی‌تر نگارنده در صفحهٔ ۶۰۷ مرجع [۱۱] مربوط می‌شود. بنا به مقالهٔ ناتمامِ [۱۰] پاسخ پرسش مذکور در حالت کلی منفی است و البته حدس زیر در حالتی که حلقهٔ تقسیم Δ یک میدان مانند K بوده و F زیرمیدانی از میدان دلخواه K باشد نتیجه‌ای از قضیهٔ اصلی [۱۰] است. به هر روی، دوست دارم این حدس را، که سالیانی است با آن زندگی کرده‌ام!، اینجا به ثبت برسانم.

حدس. فرض کنید $n \in \mathbb{N}$، Δ حلقه‌ای تقسیم با مرکز F، و $\mathcal{S} \subseteq M_n(\Delta)$ زیرگروهی ضربی و تحویل‌ناپذیر باشد؛ تحویل‌ناپذیری $\mathcal{S}$ به این معنی است که $\mathcal{S}$ فاقد زیرفضای غیربدیهی پایاست وقتی که اعضای آن را به طور طبیعی به عنوان تبدیلات خطی بنگریم که بر چپ فضای برداری راست Δ^n عمل می‌کنند اگر $n > ۱$، و $\mathcal{S} \neq \{۰\}$ اگر $n = ۱$. اگر هر یک از اعضای $\mathcal{S}$ دارای چندجمله‌ای مینیمالی با ضرایب از میدان F، مرکز حلقهٔ تقسیم Δ، باشد که روی F به عامل‌های درجه اول تجزیه می‌شود، آنگاه یک ماتریس وارون‌پذیر $P \in M_n(\Delta)$ موجود است به طوری که $P^{-۱}\langle\mathcal{S}\rangle_F P = M_n(F)$، که در آن $\langle\mathcal{S}\rangle_F$ نشانگر زیرفضای F-خطی تولیدشده توسط $\mathcal{S}$ است.

محض اطلاع خوانندهٔ علاقه‌مند، وقتی که $\langle\mathcal{S}\rangle_F$ (روی F) متناهی‌بعد باشد، می‌توانم حدس بالا را ثابت کنم. این حکم به شدت غیر بدیهی است. در نتیجه برای اثبات حدس بالا کافی است ثابت کنید که $\dim_F\langle\mathcal{S}\rangle_F < +\infty$. این گوی و این میدان برای آنان که می‌خواهند دستی بر آتش این حدس داشته باشند! سرانجام من هم به پیروی از سبک و سیاق پال اردیش، که برای حدس‌های مورد علاقه‌اش جایزه تعیین می‌کرد، برای برهان یا مثال ناقضی از حدس بالا ۵۰۰ دلار عمو سام! پیشکش می‌کنم.[۳۴] ناگفته نماند که ارزش برهان و یا ردِ حدس بالا در دنیای هر چند خُرد و ناچیزم بسیار بسیار بیشتر از ۵۰۰ دلار است ولی چه می‌توان کرد که تا آنجا که به دلارهای عمو سام مربوط می‌شود چنین است که: (پای ما لنگ است و منزل بس دراز)—دست ما کوتاه و خرما بر نخیل![۳۵]

به پایان آمد این دفتر، حکایت همچنان باقی! با غزلی جان‌فزای از خداوندگار روم!

یار مرا، غار مرا، عشقِ جگرخوار مرا!

[۳۳] Skolem-Noether Theorem

[۳۴] پال اردیش، جادوگرِ بوداپست، با طنز یگانه‌اش سردمدارانِ ینگه‌دنیا را سام (سَم با تلفظ فرنگی) و متولیان سرزمین شوراها و کشورهای بلوک شرق را جو (که یادآور جوزف استالین است) می‌خواند. به تعبیر نگارنده، سَم و جو با تمام دبدبه و کبکبه‌شان سکهٔ یک پول طنز و شوخ‌طبعیِ یگانهٔ وی بودند و در دنیای ساده و بی‌پیرایهٔ جادوگرِ خوش‌قلب به حساب نمی‌آمدند! جادوگر خوش‌قلب پادشاهِ دنیای پاک درونی‌اش بود، و به زبانِ گل‌رخسار صفی‌اُوا شاعر تاجیک: یزدگُردِ کشور تنهایی‌اش بود، یکتاپرستِ عالم رؤیایی‌اش بود، (پادشاهِ) دربه‌در از شاهی‌اش بود، آیینه‌دارِ عزت و رسوایی‌اش بود! و از این رو ظواهر و تشریفاتِ توخالی و القابِ دهن‌پرکنِ دنیای پرطُمطُراقِ بیرون را به پشیزی نمی‌گرفت. اردیش آن دولتِ ایشان به دو گندم نگرفت!—ناخلف باشم اگر من به جُوی بستانم! باری، وقتی گفت: نه سَم و نه جو نمی‌توانند تعیین کنند که کی و به کجا باید سفر کنم. کودکان و ریاضی‌کارانِ نوجوان را اپسیلون می‌خواند و به ایشان عشق می‌ورزید. پناه و پرواز و گریزگاه‌اش ریاضیاتِ شریف بود. مالکیت را مایهٔ زحمت می‌دانست. پس از دار دنیا تنها یک چمدان داشت و همواره در سفر بود. جایی خواندم که جادوگر خوش‌قلب، و همچنین گَرت بِرکاف و پال هالموس، از مدعوین سومین کنفرانس سالانهٔ انجمن ریاضی ایران در دانشگاه ملی در فروردین ۱۳۵۱ بودند. فروردینی که در بیست و یکمین روزش زلزلهٔ ۶/۹ ریشتری قیر و کارزین رخ داد. جادوگر خوش‌قلب پس از کنفرانس برای مدتی کوتاه مهمان دانشگاه صنعتی آریامهر (شریف کنونی) بود. ولی مبلغی که از طرف دانشگاه آریامهر قرار بود به او پرداخت شود، از طریق نامه‌ای به مهدی بهزاد به آسیب‌دیدگان زلزله بخشید. چنین بود مرامِ جادوگرِ خوش‌قلبِ ریاضی: پال اردیش. (از استاد عزیز مهدی بهزاد به خاطر تاییدِ تلفنی این سرگذشت سپاس‌دارم. اینجا شاید هم خوب باشد اشاره شود که مهدی بهزاد به همراه زنده‌یاد یوسف علوی تنها ایرانیان دارای عددِ اردیش ۱ هستند.)

[۳۵] منسوب به حافظ.

یار تویی، غار تویی، خواجه! نگه دار مرا!
نوح تویی، روح تویی، فاتح و مفتوح تویی!
سینهٔ مشروح تویی، بردر! اسرار مرا!
نور تویی، سور تویی، دولتِ منصور تویی!
مرغ کُهِ طور تویی، خسته، به منقار مرا!
قطره تویی، بحر تویی، لطف تویی، قهر تویی!
قند تویی، زهر تویی، بیش میازار مرا!
حجرهٔ خورشید تویی، خانهٔ ناهید تویی!
روضهٔ امید تویی، راه ده ای یار مرا!
گفتمش ای جانِ جهان! مفلس و بی‌مایه شدم!
گفت منم مایهٔ تو! نیک نگه دار مرا!
روز تویی، روزه تویی، حاصل دریوزه تویی!
آب تویی، کوزه تویی، آب ده این بار مرا!
دانه تویی، دام تویی، باده تویی، جام تویی!
پخته تویی، خام تویی، خام به مگذار مرا!
این تن اگر کم تَنَدی، راهِ دلم کم زندی!
راه شدی تا نبُدی، این همه **گفتار** مرا!
خواند مرا، خواند مرا، گفت بیا، گفت بیا!
می‌روم ای وای به من، گر ندهد بار مرا!
شمسِ شکرریز تویی، مفخرِ تبریز تویی!
لَخلَخه‌آمیز تویی، خواجهٔ عطار مرا!»[۳۶]

[حالیا! «باز فرو ریخت عشق، از در و دیوارِ من!» باز بجوشید سخت، غزل ز گفتار من! این هم، به توصیهٔ کارل ژاکوبی و سبک و سیاق بخش ریاضی پس‌درآمد، امتداد و تعمیم غزلِ حضرت خداوندگار، بی هیچ حدسی در کار!:]

مریمِ پالیز[۳۷] تویی، نبیذ و پانیذ[۳۸] تویی!
مختصرآمیز تویی، طنینِ اشعار مرا!
خاطره‌انگیز تویی، شعرِ دل‌انگیز تویی!
نوای شبدیز[۳۹] تویی، فسانهٔ یار مرا!
فسانه‌آمیز تویی، شکوفهٔ زیز[۴۰] تویی،
چه عطرآمیز تویی، بوی خوشِ یار مرا!
شگفت‌آمیز تویی، ستایش‌آمیز تویی!
شهد و عسل‌خیز تویی، خُمارِ پندار مرا!
محشر و سرریز تویی، مدیحه‌انگیز تویی!
فاتح و پرویز[۴۱] تویی، ساقی دلدار مرا!
قصیده‌آمیز تویی، حماسه‌آمیز تویی!
غزل غزل نیز تویی، غزل غزل‌وار مرا!
قصه‌درانگیز تویی، شگفت‌انگیز تویی!
خوب و دل‌انگیز تویی، قصهٔ اسرار مرا!
سلسله‌انگیز تویی، حکایت‌انگیز تویی!
روایت‌آمیز تویی، مستی بسیار مرا!
عاشق و لبریز تویی، شکرشکر ریز تویی!
صافی و تب‌ریز[۴۲] تویی، شکر شکربار مرا!
محبت‌آمیز تویی، عزیز و کاریز تویی!
عاشقِ گل‌بیز تویی، شرابِ گفتار مرا!
معجزهٔ سیز[۴۳] تویی، لطافت‌آمیز تویی!
ستاره‌آمیز تویی، ستارکِ یار مرا!
شکوفه‌آمیز تویی، وه چه گل‌آمیز تویی!
لطیف و مهریز[۴۴] تویی، مهر و غمِ یار مرا!
گفت: دگر شرح مکن! غم سخن‌اندر مکن!
گفتم: غم شاد شود گر بدهد بار مرا!
گفتم: غم شاد کنم! با دلم آباد کنم!
گفت: منم شادی تو! نیک نگه دار مرا!
نیک نگه‌دار کنم! نگاهِ او یار کنم! یادِ وُ را یاد کنم! غمِ جهان شاد کنم! مفتعلن مفتعلن زاد کنم! پس سخن آزاد کنم:
زهی زهی یار مرا، شادِ غم‌افگار مرا، سلسله گفتار مرا، شورِ نوشتار مرا، شهدِ شنیدار مرا، لذتِ دیدار مرا، بادهٔ پربار مرا، دانهٔ خوش‌خوار

[۳۶] لَخلَخه معجونی خوش‌بوی باشد. و امّا غزلی تناقض‌آمیز است، نه!؟ آشنایان ریاضی با تناقض زندگی کرده ولی به مقصد رسیده‌اند. به این معنی که هماره از نقیض و ناقضِ حکم به حکم رسیده و از هیچ جهانی دیگرگونه آفریده‌اند! برهانِ خلف، پادشاه و گل سرسبد استدلال‌های ریاضی را می‌گویم! فصلِ دیگرِ شکفتن است در مِه، و بامدادِ شاعر می‌گوید: بی آنکه دیده بیند،/ در باغ/ احساس می‌توان کرد/ در طرحِ پیچ‌پیچِ مخالف‌سرای باد/ یأسِ موقرانهٔ برگی که/ بی‌شتاب بر خاک می‌نشیند./ / بر شیشه‌های پنجره/ آشوبِ شبنم است./ ره بر نگاه نیست/ تا با درون درآیی و در خویش بنگری./ / با آفتاب و آتش/ دیگر/ گرمی و نور نیست،/ تا هیمه‌خاکِ سرد بکاوی/ در/ رؤیای اخگری./ / این/ فصلِ دیگری‌ست/ که سرمایش/ از درون/ درکِ صریحِ زیبایی را/ پیچیده می‌کند./ / یادش به خیر پاییز/ با آن/ توفانِ رنگ و رنگ/ که برپا/ در دیده می‌کند!...

[۳۷] مریمِ پالیز گلِ باغ و بوستان باشد!

[۳۸] شراب و شهد و شکر باشد.

[۳۹] از الحان موسیقیِ باربد، موسیقی‌دانِ نامی دربار خسرو پرویز پادشاه ساسانی، است. پس کنایه از موسیقی باشد.

[۴۰] کوتاه شدهٔ زیزفون باشد، که درختی است با برگ‌هایی قلب‌گون و با گل‌ها و شکوفه‌هایی سبزرنگ و زردرنگ و بسیار خوشبو.

[۴۱] همان پیروز باشد.

[۴۲] کاهندهٔ تب، کنایه از مرهم و نوش‌دارو باشد.

[۴۳] اینجا چابک و چالاک و تیزهوش باشد.

[۴۴] اینجا کوتاه‌شدهٔ مهرریز، ریزندهٔ مهر: آنکه ازو مهر می‌تراود، باشد.

مرا، رنگِ رخِ یار مرا، قطارِ افکار مرا، پرندِ بازار مرا، جلوهٔ گلزار مرا، سبزی بسیار مرا، عسل عسل‌سار مرا، شرابِ تیمار مرا، سماعِ اعصار مرا، سرودِ سرشار مرا، روایتِ یار مرا، عاشقِ بیدار مرا، نگارِ خَمّار مرا، چهرهٔ مَه‌بار مرا، رهزنِ عیّار مرا، نوای مزمار مرا، نور بُوَد یار مرا، آتشِ پایار مرا، اخترِ بختْ‌یار مرا، طنینِ انوار مرا، چرخ فلک‌وار مرا، طرب طرب‌وار مرا، غزل غزل‌وار مرا، قصیده-اشعار مرا، هله هلا یار مرا، هلا هلا جار مرا، زیر و زبر: زار مرا، حکایتِ یار مرا، دوری اَدبار مرا، گیتی مهربار مرا، زمینِ مِحبار مرا، دانشِ اَحبار مرا، بهار و آذار مرا، شکوفه اشجار مرا، سَمان سماوار مرا، ستاره سیّار مرا، سخن سخن‌سار مرا، سماع سماوار مرا، شیوهٔ دلدار مرا، سرخی ازهار مرا، نکهتِ گلسار مرا، چهرهٔ گلبار مرا، گرمی دیدار مرا، نیکی مَهیار مرا، واله و شهوار مرا، شاهدِ اَسمار مرا، شهیدِ اِشهار مرا، عارف اظهار مرا، پاکی اقرار مرا، ساقی غمخوار مرا، لطافتِ یار مرا، اخگرِ انگار مرا، سینه شرربار مرا، دیده گهربار مرا، شهادتِ یار مرا، دوری اغیار مرا، دیو بُوَد خوار مرا، یار بُوَد یار مرا، ساقیِ مِی‌خوار مرا، جانِ جهان‌دار مرا، مِی-ساقیِ مِی-ساقیِ-مِی‌خوارِ جهان‌دار مرا، گام دگر یار مرا، شور به صد بار مرا، مفتعلن مفتعلن مفتعلن یار مرا، تنینِ مه‌وار، دلبرِ هشیار مرا، رنگ به رخسار مرا، مهر پرستار مرا، عشق چو رگبار مرا، نوش دگر بار مرا، دگر دگر بار مرا، مهر و غمِ یار مرا، مهر و غمِ یار مرا، مهر و غمِ یار مرا، مهر و غمِ یار مرا!...

پس سخن به سر آمد مریمِ عزیز! آری، امّا می‌بینی!
گر چه دوریم به یادِ تو قدح می‌گیریم!
بُعدِ منزل نَبُود در سفرِ روحانی!
بدرود! جانِ جهان! بدرود! بزرگ‌نشان! بدرود! ساقی مسکین‌نوازِ آسمانی‌یان! بدرود!
شراب و شراب‌خوار و ساقی تو![۴۵]
بامداد، اپسیلونِ پنجاه‌ساله!

مراجع

[۱] بامداد یاحقی، دیدار با مسأله، فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی، شمارهٔ ۵۱، زمستان ۱۳۹۱، صفحات ۶۹-۸۲.

[2] A. Beck and M.N. Bleicher, Packing convex sets into a similar set, *Acta. Math. Hung. Acad. Sei.,* **22** (1972) 283-303.

[3] László Babai and Joel Spencer, Paul Erdös (1913-1996), *Notices of the AMS,* **45 (1)** (1998) 64-73. [p. 70]

[4] Béla Bollobás, The Art of Mathematics, Coffee Time in Memphis, Cambridge University Press, Cambridge, 2006.

[5] Connie Campbell and William Staton, A square packing problem of Erdös, *Amer. Math. Monthly,* Vol. **112**, No. 2 (Feb. 2005) 165-167.

[6] George P. Csicsery, *N* is a Number: A Portrait of Paul Erdös, 1993, [https://www.youtube.com/watch?v=960e9a5hGfE&t=2s at 3:33]

[7] Paul Erdös, Some of my favorite problems in number theory, combinatorics, and geometry, *Resenhas* **2** (1995) 165-186.

[8] P. Erdös and R.L. Graham, On packing squares with equal squares, *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, **19** (1975) pp. 119–123.

[9] Iwan Praton, Packing Squares in a Square, *Mathematics Magazine,* Vol. **81**, No. 5 (Dec., 2008), pp. 358-361.

[10] Heydar Radjavi and Bamdad R. Yahaghi, Burnside's Theorem in the setting of general fields , In preparation.

[11] Bamdad R. Yahaghi, On F-algebras of algebraic matrices over a subfield F of the center of a division ring, *Linear Algebra and its Applications,* **418**, (2006) 599–613.

* دانشگاه گلستان

[۴۵](بایزید) یک روز سخنِ حق می‌گفت و لب خویش می‌مزید! می‌گفت: هم شرابم، هم شراب‌خوار، و هم ساقی! نقل از تذکرةالاولیای عطار نیشابوری در ذکر بایزید بسطامی. من اما سخنِ عشق گفتم! و بدین گونه من نیز: هم شراب، هم شراب‌خوار، و هم ساقی شدم! هم باز به یاد آر! که اگر واژگانم، که کودکانم‌اند، شرح نشوند، تمامِ شرح‌هاشان عشق است!...