

۷. فرض کنید A و B دو ماتریس 2×2 با درایه‌های حقیقی باشند به طوری که AB ترکیبی خطی از I و A و B است. نشان دهید BA نیز ترکیبی خطی از I و A و B است.
۸. نشان دهید برای هر پنج نقطه روی سطح کره، یک نیم‌کره بسته چنان می‌توان یافت که شامل حداقل چهار نقطه از آن پنج نقطه است.
توضیح: نیم‌کره بسته، مرز آن را نیز شامل می‌شود.
۹. فرض کنید $\{a_n\}$ ، $\{b_n\}$ ، $\{c_n\}$ سه دنباله از اعداد حقیقی نامنفی باشند. همچنین فرض کنید برای هر عدد طبیعی n داشته باشیم $a_{n+1} \leq a_n - b_n + c_n$ و سری $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$ نیز همگرا باشد. ثابت کنید دنباله $\{a_n\}$ همگرا است.
۱۰. ثابت کنید هیچ تابع پیوسته $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ وجود ندارد به طوری که برای هر $x \in \mathbb{R}$ ، $f(f(x)) = \cos x$.
۱۱. نشان دهید برای هر عدد طبیعی $n > 1$ ، $3^n - 1$ بر $2^n - 1$ بخش پذیر نیست.
۱۲. فرض کنید G گروهی است که دارای تعداد متناهی زیرگروه غیرنرمال است. نشان دهید هر زیرگروه نامتناهی G یک زیرگروه نرمال است.