

مریم میرزاخانی، هنرمند چیره دست دنیای رویه‌های خمیده

برگردان: فرشته ملک*

این ترتیب او به این فکر افتاد که شاید بهتر است نویسنده شود، او کتابهای زیادی را از کتابفروشی‌های نزدیکی مدرسه‌شان می‌گرفت و می‌خواند.

سال بعد معلم ریاضی مریم تغییر کرد و او در ریاضی شکوفا شد. در این اثنا، در این دبیرستان دوستی عمیقی بین او و رویا بهشتی که او نیز به لحاظ ریاضی بسیار با استعداد بود شکل گرفت. همکاری این دو دختر با یکدیگر، آن‌ها را در مدرسه متمایز کرده بود. نتیجه همراهی یک مدیریت قوی در دبیرستان فرزنانگان، با دو دختر جوان که عاشق دست و پنجه نرم کردن با مسائل ریاضی بودند، به وجود آمدن یک تیم قوی بود. به این ترتیب مریم و رویا به‌عنوان نمایندگان ایران برای شرکت در المپیاد ریاضی جهانی (*IMO*) انتخاب شدند و چنین بود که رسم متداول انتخاب پسران در این مقوله را شکستند. مریم در سال اول شرکت در این مسابقات که در سال ۱۹۹۴ برگزار شد با کسب ۴۱ امتیاز از ۴۲ امتیاز، برنده مدال طلا شد، در سال دوم یعنی در سال ۱۹۹۵ امتیاز کامل را کسب کرد.

مریم در سال ۱۹۹۵، در دانشگاه صنعتی شریف تهران پذیرفته شد. او دوره کارشناسی (*B.Sc.*) را در سال ۱۹۹۹ به اتمام رساند. تا این زمان سه مقاله از او منتشر شده بود که دوتای آن‌ها در زمینه نظریه گراف بود. او از حل مسئله و شرکت در گروه‌های مطالعاتی غیررسمی متشکل از همتایانش در دانشگاه شریف لذت می‌برد. پس از اتمام دوره کارشناسی در تهران، او برای ادامه تحصیل از دانشگاه هاروارد پذیرش گرفت.

کرتیس مک مولن که جایزه فیلدز ۱۹۹۸ به او اهدا شده بود، در همان سال به‌عنوان استاد در دانشگاه هاروارد منصوب شده بود. مریم در سمینارهای او در هاروارد شرکت می‌کرد. آنچه مریم قبل از ورود به هاروارد به آن‌ها پرداخته بود بیشتر در زمینه ترکیبیات و جبر بود و تا حدودی با آنالیز مختلط نیز آشنا بود. مریم ابتدا احساس می‌کرد که از سخنرانی‌های کرتیس چیز زیادی نمی‌فهمد، اما شیوه او را در توضیح عناوین‌اش و روشی که در انتقال و ساده‌سازی مفاهیم داشت تحسین می‌کرد. مک مولن استاد راهنمای مریم در دوره دکتری او شد.

به نقل از مریم [۱] "به این ترتیب من بطور منظم شروع کردم

این متن ترجمه‌ای از مقاله زیر است:

N. Agarwal, R. Shah and G. Venkataraman, Maryam Mirzakhani, The Master Artist of Curved Surfaces, Resonance (Published by the Indian Academy of Sciences), 23-3 (2018) 253–262.

مقاله حاضر اجمالی از زندگی و کار مریم میرزاخانی است، اولین و تنها بانوی برنده مدال فیلدز از ابتدای تاسیس آن در سال ۱۹۳۶ تا کنون. میرزاخانی الهام‌بخش و الگوی بانوان جوان در تمام دنیاست برای آنانکه با ایمان به توانمندی‌های خود، بدنبال محقق کردن رویاهای علمی خود هستند.

زندگی‌نامه

به عنوان یک دختر جوان تهرانی، علاقه مریم میرزاخانی به ریاضیات توسط برادر بزرگترش کلید خورد. او مریم را در جریان تفکر ریاضی و روش هوشمندانه گاوس برای جمع کردن اولین ۱۰۰ عدد طبیعی گذاشت. مادامیکه مریم در ایران بزرگ می‌شد، مورد حمایت قوی از طرف والدینش، سه خواهر و برادرش و معلم‌های دبیرستانش بود. کودکی او در تهران و همزمان با جنگ ایران و عراق، که از ۱۹۸۰ تا ۱۹۸۸ بطول انجامید سپری گردید.

در یک مصاحبه با مریم، در مؤسسه ریاضی کلی [۱] که در سال ۲۰۰۸ انجام گرفت، او گفت: "من از جنبه‌های زیادی بسیار خوشبخت بودم، وقتی من مدرسه ابتدایی بوم جنگ تمام شد و اگر ۱۰ سال زودتر به دنیا آمده بودم معلوم نبود که موفقیت‌های خوبی را که نصیب شده، می‌توانستم بدست آورم".

بعد از مدرسه ابتدایی، مریم در آزمون ورودی دبیرستان فرزنانگان که برای دختران تهرانی برگزار می‌شد شرکت کرد. هدف این مدرسه پرورش استعدادهای خوب و ویژه و هم‌چنین پرورش علمی دانش‌آموزان تیزهوش بود. آنچه اتفاق افتاد این بود که مریم در سال اول دبیرستان فرزنانگان در ریاضی عملکرد خوبی نداشت و معلم ریاضی‌اش به او گفت که توانایی تحلیل مطالب ریاضی را ندارد. به

۲۰۱۱ صاحب دختری به نام آناهیتا شدند.

مریم یکی از سخنرانان مدعو کنگره بین‌المللی ریاضیدانان (*ICM*) که در ۲۰۱۰ در حیدرآباد هندوستان برگزار گردید بود. در اولین کنفرانس بانوان ریاضیدان (*ICWM*) که درست قبل از کنگره تشکیل شده بود، مریم یکی از ۸ بانوی سخنران در این کنفرانس بود. سخنرانی‌های او چه به لحاظ بصری و چه از لحاظ ریاضی، لذت‌بخش بود و تأثیری عمیق و ماندگار بر شنوندگان داشت.

در سال ۲۰۰۶، طی دوره عضویت در مؤسسه کلی، او همکاری خود را با یک ریاضیدان دانشگاه شیکاگو، الکس اسکین *Alex Eskin*، آغاز کرد. آن‌ها کارهای تأثیرگذاری باهم انجام دادند از جمله مقاله شمارش ژئودزیک‌های بسته در فضای مدولی [۴]، که در سال ۲۰۱۱ چاپ شد. مریم با فعالیت‌های ریاضی بر جسته اش، که فهم ما را از فضاهاى خمیده عمیق‌تر می‌کرد، همچنان به پیشسازی خود ادامه میداد. معمولاً تصور ما از مریم همراه است با قطعه‌های بزرگی از کاغذ که روی زمین پهن شده و او روی آن کاغذها در حال متصور ساختن رویه‌های خمیده‌اش است. دخترش فکر می‌کرد که مادر در حال نقاشی است [۵]. مریم جوایز زیادی برای کارهای ریاضی‌اش دریافت کرد و سرانجام در سال ۲۰۱۴ آخرین جایزه‌اش که مهمترین جایزه نیز هست، یعنی مدال فیلدز را دریافت کرد. افتخار دریافت این جایزه در کنگره بین‌المللی ریاضیدانان (*ICM*) در سال ۲۰۱۴ در سئول، نصیب او شد. در این کنگره معمولاً رسم بر آن است که کارهای علمی برنده مدال فیلدز ارائه می‌شوند. کسی که کارهای مریم را معرفی کرد کرتیس مک مولن بود.

زندگی علمی او در اوج درخشش بود و همه توجهات را به خودش معطوف کرده بود که سرطان سینه همچون ابر سیاهی آن را در محاق برد، او حتی قبل از دریافت جایزه مدال فیلدز نیز در حال مبارزه با آن بود.

علیرغم جدال با این بیماری ترسناک و درمانی‌های دارویی دردناک و سختی که مجبور به انجامش بود، مریم همچنان باشوق و حرارت به شرکت در کنفرانس‌ها، کارگاه‌ها، سمینارها و ارائه سخنرانی در مورد کارهایش ادامه می‌داد. اشاره به دو مورد شایان ذکر است.

یکی از ما، (ردی شاه)، شانس شرکت در یک کنفرانس در سال ۲۰۱۵، در مورد دینامیک همگن، در مؤسسه تحقیقاتی علوم ریاضی (*MSRI*) در برکلی نصیبمان شد، که مریم هم آنجا بود. در سالن سخنرانی، بالکنی وجود داشت که بر تمام سالن مشرف بود و از آنجا که مریم به دلیل وضعیت خاص جسمانی نمی‌توانست مدت زیادی بنشیند، در بالکن می‌ایستاد و سخنرانی‌ها را دنبال می‌کرد. او از آن

به پرسیدن سؤال از او و سپس فکرکردن به مسائلی که از دل این گفتگوهای روشنگرانه بیرون می‌آمدند. تشویق‌های او بسیار ارزشمند بود، کار کردن با کرتیس تأثیر زیادی روی من داشت. الان فکر می‌کنم که ای کاش از او بیشتر می‌آموختم! تا زمانی که فارغ‌التحصیل شدم لیست بلندبالایی از ایده‌های خام داشتم که می‌خواستم به آن‌ها بپردازم."

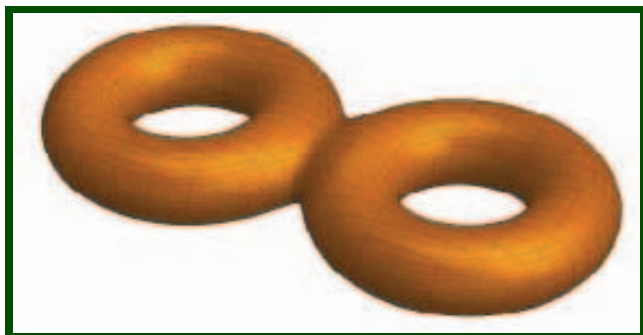
اما کرتیس هم درباره مریم می‌گوید [۲] "او ایده‌پردازی با جرات بود، او در ذهنش تصویری از آنچه می‌بایست ادامه یابد صورت‌بندی می‌کرد، سپس به دفتر من می‌آمد و آن را توضیح می‌داد و در آخر به سمت من برمی‌گشت و می‌پرسید: آیا درست است؟ من همیشه غافلگیر می‌شدم در حالی که او فکر می‌کرد که من می‌دانم."

مریم برای تز دکتری خود روی رویه‌های هذلولوی کار کرد. در سال ۲۰۰۴ با ارائه یک پایان‌نامه ۱۳۰ صفحه‌ای تحت عنوان ژئودزیک‌های ساده روی رویه‌های هذلولوی و حجم فضای مدولی خمها [۳]، مدرک دکترای خود را از دانشگاه هاروارد دریافت کرد. جایزه لئونارد ام و ال نور بی بلومنتال، *Eleonor B Blumental* و *Leonard M* به خاطر پایان‌نامه‌اش که پایان‌نامه‌ای برجسته شناخته شد، به او اهدا گردید. پس از دریافت مدرک دکتری، مریم شانس آنرا داشت که کارش را در دانشگاه هاروارد به‌عنوان یک عضو تازه کار ادامه دهد، اما انتخاب دیگری را ترجیح داد، او استادیاری دانشگاه پرینستون همراه با بورس تحقیقاتی مؤسسه کلی را پذیرفت.

مریم احساس می‌کرد موقعیتی که مؤسسه کلی به او پیشنهاد داده بود عالی است و به این ترتیب او می‌تواند روی مسائل مورد علاقه‌اش و با سرعت موردنظر خودش، که فکر می‌کرد آهسته است، کار کند. در سه سال، طی دوره این بورس، مریم چندین مقاله عمیق درباره رویه‌های خمیده نوشت. این مقاله‌ها در مجله‌های ریاضی پیشرویی همچون *آنالز آو ممتیکس*، *اینونسیونه ممتیکا* و *ژورنال آومریکن ممتیکال سوسایتی* *Annals of Mathematics*, *Inventiones Mathematicae*, *the Journal of the American Mathematical Society* و به چاپ رسید. پس از اتمام بورسش به‌عنوان استاد ریاضی به دانشگاه آستنفورد رفت.

مریم هنگامی که در پرینستون بود با جان وندارک *JanVondrak* آشنا شد. او که اهل کشور چک بود مدرک دکتری در علوم کامپیوتر و هم‌چنین مدرک دکتری در ریاضیات کاربردی از انیستتوت تکنولوژی ماساچوست داشت. جان دوره پساکتری را در دانشگاه پرینستون بود. آن‌ها در سال ۲۰۰۵ ازدواج کردند و در سال

محورهای اصلی اش حادث می‌شود. گونای یک چنبره (یعنی سطح یک دونات) برابر ۱ است و یک رویه با گونای ۲ می‌تواند از چسباندن دو چنبره، به صورتی که در شکل ۱ نشان داده شده به دست آید.



شکل ۱

هر رویه با گونای حداقل ۲ یک رویه هذلولوی است. یک ژئودزیک روی یک رویه، تعمیمی از مفهوم خط راست در صفحه است و آن خمی است روی رویه که واصل بین دو نقطه است که از قطعه‌هایی تشکیل شده و هر قطعه کوتاهترین مسیر بین دو انتهای آن قطعه روی رویه است (مثل دوایر عظیمه روی کره).

یک ژئودزیک ساده، ژئودزیکی است که خودش را قطع نکند. برخلاف صفحه که مثلث‌های روی آن دارای مجموع درجات 180° است، مجموع درجات مثلث‌های روی رویه‌های هذلولوی که اضلاع آن ژئودزیک باشند، همواره کمتر از 180° است. بررسی این که روی کره، که یک رویه با انحنای ثابت مثبت است، مجموع درجات زوایای داخلی یک مثلث با اضلاعی متشکل از ژئودزیک‌ها، که کمان‌هایی از دوایر عظیمه اند، همواره بیشتر از 180° است، کار مشکلی نیست. در سال ۲۰۰۴ میرزاخانی چندین نتیجه جالب در پایان‌نامه‌اش اثبات کرد [۳]. نتایج حاصل پایان‌نامه‌اش در سه مقاله در مجلات بسیار معتبر [۸]، [۹] و [۱۰] به چاپ رسید. هر یک از این مقالات به نوبه خود بسیار با اهمیت هستند. یکی از این نتایج مربوط می‌شود به شمارش ژئودزیک‌های بسته ساده روی یک رویه هذلولوی کامل با مساحت متناهی.

کارهای سلبرگ، هوبر، دلزارت و مارگولیس *Delsarte, Huber, Selberg* و *Margulis* نشان می‌دهد تعداد ژئودزیک‌های بسته با طول حداکثر L روی یک رویه هذلولوی، وقتی که $L \rightarrow \infty$ ، شبیه به $\frac{e^L}{L}$ رشد می‌کند (که تحت عنوان قضیه اعداد اول برای رویه‌های هذلولوی شناخته می‌شود). میرزاخانی ثابت کرد [۱۰] که تعداد ژئودزیک‌های بسته ساده با طول حداکثر L ، روی یک رویه هذلولوی X با گونای g ، وقتی $L \rightarrow \infty$ به صورت چندجمله‌ای

بالا سخنران‌ها را سؤال باران می‌کرد. انرژی و شوق او در دنبال کردن سخنرانی‌ها شگفت‌انگیز بود. در ضمن او یک سخنرانی ایراد کرد که مورد اقبال بسیاری واقع شد.

دومین نمونه، یک خاطره استثنائی است که توسط زهرا گویا عضو هیئت اجرایی کمیسیون بین‌المللی در آموزش ریاضی (ICMI) نقل شده است:

کسری رفیع از دانشگاه تورنتو می‌نویسد که در سال ۲۰۱۶، او و مریم از منزلش در پائلو آلتو *Palo Alto* به طرف دپارتمان ریاضی استنفورد و برای شرکت در یک سخنرانی که توسط میخائیل گروموف ارائه می‌شد پیاده رهسپار بودند، درست زمانی که سرطان مریم به استخوان و کلیه‌اش گسترش پیدا کرده بود و او دردهای سختی را تحمل می‌کرد و می‌دانست که زمان پروازش به ابدیت بسیار نزدیک است. شگفت‌انگیز بود، حتی در چنین وضعیتی به‌طور خستگی‌ناپذیر برای شنیدن سخنرانی گام برمی‌داشت. کسری می‌گفت که در طول این پیاده‌روی آن‌ها می‌بایست هر چند دقیقه کمی می‌ایستادند تا او روی صندلی بنشیند، استراحتی کرده تا بتواند رمقی بدست آورد و دوباره ادامه دهد.

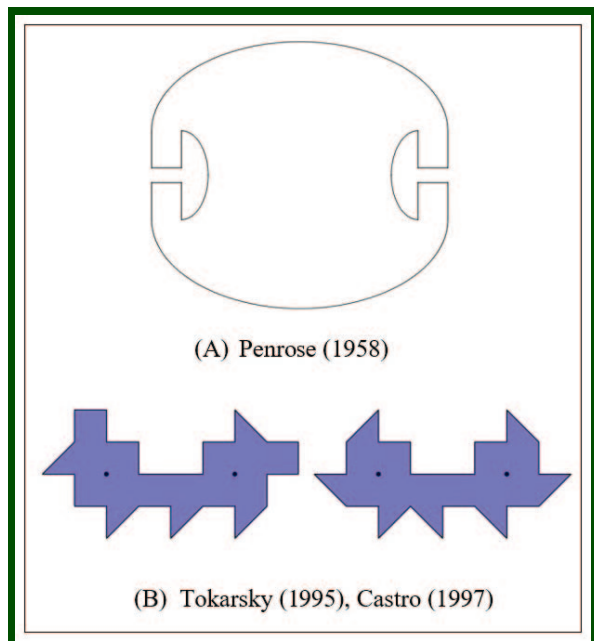
مریم در ۱۴ جولای ۲۰۱۷ در مقابل سرطان شکست خورد. در آن زمان، ترنس تائو *Terence Tao*، برنده مدال فیلدز در سال ۲۰۰۶ در ویلاگ خود [۷]، درباره توصیه‌ای که به مریم بعد از دریافت مدال فیلدز گفته بود، چنین نوشت: "بعنوان اولین زنی که مدال فیلدز دریافت کرده و هم‌چنین اولین ایرانی در این جایگاه، مریم فشارهایی بسیار بیشتر از برندگان قبلی مدال فیلدز را تجربه می‌کند، به‌ویژه آنکه مسئولیت بزرگ کردن دختر کوچکش و مبارزه با سرطان را نیز بدوش می‌کشد. آنچه می‌توانستم در این خصوص به او توصیه کردم و آن گفتن «نه» به تقاضاهای زیادی است که از او می‌شود.

مریم، دخترش آناهیتا، همسرش جان و یادگار عظیم ریاضی‌اش را وانهاد و رفت و این ضایعه‌ای است برای همه ریاضیدانان جهان به‌خصوص برای بانوان ریاضیدان.

تحقیقات علمی

مریم میرزاخانی مشارکت‌های‌های بدیعی در چندین حوزه ریاضیات، از جمله توپولوژی جبری، هندسه و نظریه ارگودیک انجام داد. موضوع اصلی تحقیقات او فهمیدن هندسه و دینامیک رویه‌های هذلولوی است. یک رویه هذلولوی، رویه‌ای است با انحنای ثابت منفی. ساده‌ترین مدل برای یک رویه هذلولوی در فضای ۳-بعدی، یک هذلولوی گون است که از دوران یک هذلولوی حول یکی از

تاکارسکی *Tokarsky* و یک اتاق ۲۴-ضلعی، طراحی شده توسط کاسترو *Castro* نشان داده شده است. در هر دوی این مدل‌ها تنها یک نقطه مشخص وجود دارد که توسط نقطه مشخص دیگر (که در شکل نشان داده شده‌اند) حتی بعد از تکرار انعکاس‌ها روشن نمی‌شود.



شکل ۲

یک رویه انتقالی *translationsurface* اجتماعی متناهی از چندضلعی‌هاست همراه با یکی گرفتن جفت اضلاعی از آن که موازی و مساوی‌اند. چنین ساختاری به‌طور طبیعی در بررسی و مطالعه بیلباردها ظاهر می‌شوند و برای حل "مسئله روشن سازی" و صورت‌بندی ریاضی آنها بکار می‌روند. مثلاً یک مربع با یکی گرفتن ضلع‌های موازی مقابلش به یک چنبره تبدیل می‌شود و یک هشت ضلعی با یکی گرفتن ضلع‌های موازی مقابلش یک رویه با گونای ۲ مانند شکل (۱) می‌سازد. با استفاده از کارهای میرزاخانی، للیور، منتیه و ویس، *LeLivre, Monteil* و *Weiss* ثابت کردند [۱۶] که برای هر رویه انتقالی مانند M ، تنها تعداد متناهی نقطه در M وجود دارد که توسط یک نقطه در M روشن نمی‌شود. به زبان ساده در "مسئله روشن سازی" این بدان معناست که اگر اتاق بصورت یک چندضلعی باشد با زوایایی که مضرب گویایی از π هستند، آنگاه فارغ از این که شمع در کدام نقطه از اتاق باشد، تنها حداکثر تعداد متناهی نقطه از اتاق روشن نمی‌شود.

فعالیت مهم دیگر میرزاخانی، مطلبی در ارتباط با "جریان زمین لرزه ترستن" بود. برای هر ژئودزیک بسته α روی یک رویه هذلولوی X با گونای g و هر عدد حقیقی s ، می‌توان با استفاده از ساختار فنتل -

$C(X)L^{g-6}$ رشد می‌کند که در آن $C(X)$ ثابتی است که بصورت زیبایی به فضای X بستگی دارد. به این ترتیب بیشتر ژئودزیک‌ها، خودشان را قطع می‌کنند.

میرزاخانی در پایان نامه‌اش اثبات دیگری برای حدس ویتن ارائه داد. اولین اثبات توسط کنتسویچ *Kontsevich* در سال ۱۹۹۲ ارائه شد [۱۱] که بخاطر آن موفق به دریافت مدال فیلدز در سال ۱۹۹۸ شد. او همچنین چندین فرمول مجانبی دیگر نیز بدست آورد، یکی از آن‌ها محاسبه فراوانی منحنی‌های بسته ساده از نوع‌های مختلف است. بویژه روی رویه‌های با گونای ۲، او ثابت کرد که احتمال تجزیه ناپذیری یک ژئودزیک بسته ساده به اندازه کافی طویل، ۶ برابر بیشتر از تجزیه پذیر بودنش است. (یک خم بسته را تجزیه‌پذیر می‌گویند هر گاه رویه را به دو قسمت همبند تقسیم کند).

اسکین و میرزاخانی در یک مقاله حجیم با بیش از ۲۰۰ صفحه [۱۲] قضیه معروف *Magic Wand Theorem* [۱۳] را ثابت کردند که منجر به حل بسیاری از مسائل حل نشده ریاضی می‌گردد. مک مولن این قضیه را برای رویه‌های با گونای ۲ ثابت کرده بود [۱۴]، اما روشی که بکار برده بود قابل تعمیم به گونا‌های بالاتر نبود. اسکین و میرزاخانی (و بعداً با امیر محمدی [۱۵]) این نتیجه را برای رویه‌های با گونا‌های بالاتر، با استفاده از توپولوژی، هندسه و سیستم‌های دینامیکی ثابت کردند. آن‌ها روش‌های جدیدی برای مطالعه فضای رویه‌های هذلولوی با هر گونای دلخواهی ابداع کردند. این نتیجه برای گونا‌های بالا دارای کاربردی قوی در مسئله معروف به بیلبارد است، که با استفاده از هندسه مدار هر مسیر روی بیلبارد می‌توان به هندسه بیلبارد اولیه دست یافت. کاربرد دیگری از این نتیجه در خصوص یک مسئله ریاضی موسوم به مسئله روشن سازی (*Illumination Problem*) است که در سال ۱۹۵۰ توسط ارنست استراوس *Ernst Straus* طرح شده بود. این مسئله را می‌توان به‌طور ساده بصورت زیر توضیح داد:

تصور کنید اتاقی داریم که دیوارهایش با آینه پوشیده شده. اگر یک شمع را در نقطه‌ای از این اتاق قرار دهیم، آیا می‌تواند تمام نقاط دیگر اتاق را روشن کند؟ یعنی در هر نقطه از اتاق تصویری از شمع داریم؟ (وقتی شعاع نوری به دیوار می‌تابد، با زاویه‌ای برابر با زاویه تابش، منعکس می‌شود). در تصویر (A) ۲، یک اتاق با دیوارهای خمیده طراحی شده توسط پن رز *Penrose R* در سال ۱۹۵۸، نشان داده شده که فارغ از محل قرار گرفتن شمع، همواره قطعه‌ای با مساحت مثبت از اتاق وجود دارد که شمع نمی‌تواند آنجا را روشن می‌کند. در شکل (B) ۲ یک اتاق ۲۶-ضلعی، طراحی شده توسط

References

- [1] Interview with Research Fellow Maryam Mirzakhani, Clay Mathematics Institute Report, 2008, http://www.claymath.org/library/annual_report/ar2008/08Interview.pdf.
- [2] J O'Connor and E F Robertson, Maryam Mirzakhani, <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Mirzakhani.html>.
- [3] M Mirzakhani, Simple Geodesics on Hyperbolic Surfaces and the Volume of the Moduli Space of Curves, Ph.D. Thesis, Harvard University, 2004.
- [4] A Eskin and M Mirzakhani, Counting Closed Geodesics in Moduli Space, Journal of Modern Dynamics, Vol.5, No.1, pp.71–105, 2011.
- [5] S Roberts, Remembering Maryam Mirzakhani, the Pioneering Mathematician Who Died at Forty', The New Yorker, 17 July 2017.
- [6] K Rafi, Maryam Mirzakhani (1977–2017), Nature Vol.549, 2017.
- [7] T Tao, Maryam Mirzakhani, <https://terrytao.wordpress.com/2017/07/15/mariam-mirzakhani/>.
- [8] M Mirzakhani, Weil–Petersson Volumes and Intersection Theory on the Moduli Space of Curves, Journal of the American Mathematical Society, Vol.20, pp.1–23, 2007.
- [9] M Mirzakhani, Simple Geodesics and Weil–Petersson Volumes of Moduli Spaces of Bordered Riemann Surfaces, Inventiones Mathematicae, Vol.167, No.1, pp.179–222, 2007.
- [10] M Mirzakhani, Growth of the Number of Simple Closed Geodesics on Hyperbolic Surfaces, Annals of Mathematics Vol.168, No.2, pp.97–125, 2008.

نیلسون *Fenchel–Nielsen* یک رویه هذلولوی جدید X_s با گونای g ساخت: کافی است X را در امتداد α ببرید، سپس، آنرا در طولی به اندازه s به راست تابانیده و دوباره بچسبانید. توجه کنید که مسیر تاییده شده حاصل متناوب است، به این معنا که $X_s = X_{s+l}$ که در آن l طول خم α است. "جریان زمین لرزه" یک تعمیم طبیعی این مطلب است. میرزاخانی نتیجه ای قابل توجه را ثابت کرد [۱۷]، و آن اینکه جریان زمین لرزه ارگودیک است، به خصوص این بدان معناست که تقریباً هر نقطه تحت جریان زمین لرزه، به هر اندازه دلخواه به هر نقطه دیگر نزدیک می‌شوند. اثبات او ارتباط بین ساختارهای تمام ریخت و هم‌تافته فضای رویه‌های هذلولوی با گونای ثابت را عیان کرد.

میرزاخانی، محققان را، در حالی که ایده‌ها و فکرهای نابی داشت و می‌خواست آن‌ها را به منصفه ظهور رساند، ترک کرد. تأثیر کارهای بدیع او مستقیم یا غیرمستقیم، در زمینه‌های ریاضی و فیزیک، همچنان در حال آشکار شدن‌اند. او به واقع الهام‌بخش و الگوی محققان هم‌سن‌وسال خودش و نسلی که در پی خواهد آمد، باقی خواهد ماند.

درباره نویسندگان



۱. نیکیتا آگاروال، دانشیار ریاضی در *IISER Bhopal* علاقمند به مطالعه در زمینه فرضیه ارگودیک و سیستم‌های دینامیکی.
۲. ردی شاه، استاد ریاضی در *JNU*، دهلی نو، رئیس هیات اجرایی «زنان هندوستان و ریاضیات پیشرو». علایق تحقیقاتی او دینامیک عمل گروه‌ها و احتمالات روی گروه‌هاست.
۳. گیتاون گاتارامان، استاد ریاضی در *AUD*، دهلی نو، علاقمند به مطالعه در زمینه نظریه گروه‌ها و به خصوص به گروه‌های متناهی و ساختار آن‌ها. او همچنین علاقمند به مباحثی در زمینه آموزش ریاضی و زنان ریاضیدان است.

- [15] A Eskin, M Mirzakhani and A Mohammadi, Isolation, Equidistribution, and Orbit Closures for the $SL(2, \mathbb{R})$ Action on Moduli Space, *Annals of Mathematics*, Vol.182, No.2, pp.673–721, 2015.
- [16] S Lelièvre, T Monteil and B Weiss, Everything is Illuminated, *Geometry and Topology*, Vol.20, pp.1737–1762, 2016.
- [17] M Mirzakhani, Ergodic Theory of the Earthquake Flow, *International Mathematics Research Notices*, Article ID rnm116, Vol.2008, p.39, 2008.
- [11] M Kontsevich, Intersection Theory on the Moduli Space of Curves and the Airy Function, *Communications in Mathematical Physics*, Vol.147, pp.1–23, 1992.
- [12] A Eskin and M Mirzakhani, Invariant and Stationary Measures for the $SL(2, \mathbb{R})$ Action on Moduli Space, arXiv 1302.3320 – to appear in *Publications mathématiques de l’IHÉS*.
- [13] A Zorich, The Magic Wand Theorem of A Eskin and M Mirzakhani, English translation of Le théorème de la baguette magique de in *Gazette des mathématiciens* in 2014, arXiv 1502.05654, preprint, 2015.
- [14] C McMullen, Dynamics of $SL(2, \mathbb{R})$ Over Moduli Space in Genus Two, *Annals of Mathematics*, 165, pp.397–456, 2007.
- مترجم از آقای دکتر حسن حقیقی برای زحمت و پیرایش متن سپاسگزار است.
-
- * دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی