

## در هزار توی بردبار خمینه‌ها و خطوط

از «مریم میرزاخانی» چه در خاطر تاریخ علم خواهد ماند؟

احسان سنایی\*

طریق بازتعریف این رابطه بر حسب متغیرهای مشاهده‌پذیر اتم و همچنین اصل پایستگی انرژی، این بن بست را پشت سر بگذارد. در فیزیک کلاسیک، مقدار انرژی ای که در جریان گذار یک الکترون از وضعیتی به وضعیت دیگر گسیل می‌شود، با مجذور موقعیت الکترون در اطراف هسته متناسب است؛ اما از آنجا که نزد «هایزنبرگ»، موقعیت دقیق الکترون یک متغیر غیرمشاهده‌پذیر محسوب می‌شد، او این متغیر دقیق را با «متغیر احتمالاتی شانس گذار الکترون از وضعیت اولیه به وضعیت نهایی» جایگزین کرد. اینجا بود که بن‌بستی تازه رخ نمود: گذار یک الکترون از وضعیت اولیه به وضعیت نهایی لزوماً طی یک مرحله رخ نمی‌دهد. ممکن است الکترون ابتدا به یک وضعیت میانه (موسوم به وضعیت شبه پایدار) وارد شود و سپس به وضعیت نهایی خود برسد. اما جمع زدن احتمال گذار الکترون از وضعیت اولیه به وضعیت شبه پایدار و سپس وضعیت شبه پایدار به وضعیت نهایی و سپس مجذور گرفتن از این مقدار، جوابگو نبود. طبق اصل پایستگی انرژی، مقدار انرژی گسیل شده از اتم می‌بایست با حاصل تفریق انرژی نهایی اتم از انرژی اولیه آن برابر باشد، اما عددی که از مجذور گرفتن حاصل جمع احتمالات ناظر بر گذار الکترون به وضعیت‌های شبه پایدار و سپس پایدار به دست می‌آید، با حاصل تفریق انرژی نهایی اتم از انرژی اولیه‌اش برابر نبود «هایزنبرگ» کوشید از مسیر برهان خلف به مسئله ورود کند: او با در اختیارداشتن مقدار انرژی‌هایی که از وضعیت‌های مختلف هیدروژن گسیل می‌شوند، کوشید قواعد ریاضی توصیف خود را چنان آرایش بدهد که حاصل جمع احتمالات ناظر بر گذار الکترون به این وضعیت‌ها، با مقدار انرژی نهایی اتم برابر به دست آید. معلوم شد که در این صورت، ترتیب ضرب دو متغیر احتمالاتی (اینکه مثلاً  $a$  در  $b$  ضرب بشود، یا  $b$  در  $a$ ) مهم خواهد بود؛ چرا که هر کدام، مقدار انرژی متفاوتی به دست می‌داد. به این می‌ماند که در ترتیب مراحل پختن کیک، ابتدا تخم مرغ را به بیکنینگ پودر بیفزاییم و سپس کیک را بیزیم، یا ابتدا بیکنینگ پودر را به تخم مرغ بیفزاییم و سپس کیک را بیزیم. در هر مورد، نتیجه متفاوت خواهد بود. و در خصوص توصیف «هایزنبرگ» از رفتار اتم، فقط یکی از این موارد

«ورنر هایزنبرگ»، فیزیکدان سرشناس آلمانی، در کتاب «فیزیک و فلسفه» اظهار نظر می‌کند: «باید این را به خاطر داشت که آنچه ما مشاهده می‌کنیم نفس طبیعت نیست، بلکه طبیعت آنچنان است که در معرض شیوه پرسشگری ما واقع شده است». معنای این گفته «هایزنبرگ» در پرتو دستاوردهای او و دیگر بنیانگذاران فیزیک جدید ملموس‌تر می‌شود، اما برای درک دلالت‌های عمیق‌تر و حقیقت نهفته در آن از زبان یک فیزیکدان، ناگزیر از مراجعه به یک قلمرو دیگر نیز هستیم، قلمرویی که در آن شیوه‌های پرسشگری همواره از قید طبیعت آزاد بوده‌اند: ریاضیات محض. در این صورت است که جانمایی میراث ریاضیدانی همچون «مریم میرزاخانی» نیز در بستر تاریخ علم، به عنوان پرسشگر خستگی‌ناپذیری که به پاسخ‌هایی درخشان رسیده بود، دلیلی روشن‌تر از ملیت، جنسیت، عقبه تحصیلی و حتی افتخارات حرفه‌ای او را برای درک ضایعه فقدانش در اختیار ما معاصرین علم جدید قرار خواهد داد. در این مقاله خواهم کوشید ابتدا روایتی از نقش ریاضیات و شهود هندسی در درک زوایای پنهان واقعیت ارائه کنم و بدین‌وسیله پرتویی بر اهمیت دستاوردهای «میرزاخانی» به عنوان ریاضیدانی در ردیف نام‌آوران تاریخ این رشته بیفکنم.

### از فیزیک به ریاضیات: درنگی تاریخی

سه دهه پیش از آنکه «هایزنبرگ» جمله یادشده در پیشانی مقاله حاضر را در جریان درس گفتارهای دانشگاه سنت اندروز اسکاتلند ایراد کند، انتظار بیان این دیدگاه از او بعید می‌نمود. در آن مقطع، او به عنوان دانشجوی جوانی از خیل علاقه‌مندان به فلسفه اثبات‌گرایی (که ملاک صدق یک گزاره را تنها اثبات تجربی آن می‌داند)، مشغول تدوین یک توصیف ریاضی از رفتار اتم بود که فقط به متغیرهای مشاهده‌پذیر آن استناد می‌کرد؛ متغیرهایی که امکان محاسبه و اثباتشان وجود دارد. سال‌ها بود که فیزیکدانان به رابطه بین درخشندگی نسبی خطوط طیفی یک اتم و احتمال حضور الکترون‌هایش در فواصل مشخص از هسته آن پی برده بودند، اما از آن پیشتر نمی‌شد رفت. «هایزنبرگ» مصمم بود از

به نتیجه مطلوب می‌انجامید.

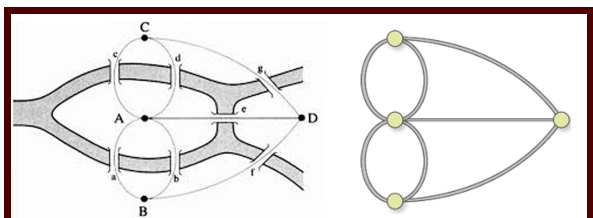
ریاضیدانان در طول چندین قرن عاقبت از این ابزار انتزاعی چراغی ساخت که فقط از طریق همان می‌شد به دنیای درون اتم وارد شد. اما نمونه‌ها به تنها همین مورد محدود نمی‌شود و باید اذعان داشت این موارد آنچنان در تاریخ علم فراوان‌اند که نمی‌توان به یقین گفت آیا پیشی جستن ایده‌های ریاضیدانان از تصورات فیزیکدانان در درک سازوکار جهان یک قاعده است یا استثناء. برای ورود به حتی آستانه جهان ایده‌های ریاضیدانی همچون «میرزاخان» ضروری است تا به شرح دست کم یک مورد تاریخی دیگر نیز پردازیم: تولد شاخه توپولوژی

### از ریاضیات به شهود تجربی: تولد شاخه توپولوژی

پیشینه شاخه توپولوژی به سؤالی ساده راجع به موقعیت هفت پل شهر کونیگسبرگ (کالینینگراد امروز) در امپراطوری پروس مربوط می‌شود. این شهر به واسطه عبور رودخانه پرگل به چهار خشکی مجزا تقسیم شده بود که در آن دوران با هفت پل به یکدیگر متصل شده بودند. پیاده‌روی‌های معمول یکشنبه‌های اهالی کونیگسبرگ در سطح شهر و عبور پیاپی شان از این پل‌ها، امروزه برای توجیه این سؤال ساده آن موقع شان کافی می‌نماید که: آیا می‌توان مسیری را تعریف کرد که در جریان آن، از طریق هر هفت پل، از هر چهار خشکی شهر عبور کرد و در عین حال بیش از یک بار از آن پلها نگذشت؟ پاسخ این پرسش را عاقبت «لئونارد اویلر»، ریاضیدان سرشناس قرن هجدهم، در شرایطی مطرح ساخت که تا پیش از آن نمی‌شد راه حلی را برای آن متصور بود. «اوایلر» متوجه شد که گرچه این مسئله ذاتاً یک مسئله هندسی است، اما از یک لحاظ با مسائل متعارف هندسه اقلیدسی تفاوت دارد: اینکه در آن، از مسافت‌ها صرف‌نظر می‌شود. مهم نیست که ابعاد آن چهار خشکی یا طول آن هفت پل چقدر باشد، مهم نحوه اتصال آنها به یکدیگر است. پس ابتدا باید صورت مسئله را از مؤلفه‌های مربوط به مسافت زدود؛ اقدامی که گرچه تا به آن مقطع در بین ریاضیدانان سابقه‌ای نداشت، اما نیم قرن پیش‌تر از آن، فیلسوف و ریاضیدان آلمانی، «گوتفرد لایب‌نیتس» به امکان‌پذیری‌اش اشاره کرده بود. «اوایلر» از طریق این استدلال ثابت کرد که نمی‌توان طی یک راهپیمایی واحد، با تنها یک بار گذشتن از هر هفت پل کونیگسبرگ، از هر چهار خشکی آن عبور کرد. او برای اثبات این استدلال، تمام مؤلفه‌های مسئله را به هفت «رشته» (به نمایندگی از هفت پل) و چهار «گره» (به نمایندگی از چهار خشکی) ساده کرد و به نموداری که در صفحه می‌بینید، رسید. از این نمودار امروزه تحت

«هایزبرگ» نتایج بررسی خود را برای همکار فیزیکدانش «ولفگانگ پائولی» و مافوق ریاضیدانش در دانشگاه گوتینگن، «ماکس بورن» ارسال کرد. ابتکار «هایزبرگ» در معرفی این رابطه به اصطلاح «غیرترگذری» در حاصلضرب متغیرهای احتمالاتی رفتار اتم، ابتدا توجه بورن را به خود جلب کرد. او بعدها در کتاب «فیزیک در زمانه من» نوشت: «... قاعده ضرب هایزبرگ آشفته خاطر کرد، و پس از یک هفته فکرکردن و کوشیدن، ناگهان به یاد یک نظریه جبری افتادم که از استادام ... در [دانشگاه] وروتسواف [لهستان] آموخته بودم». چنین چندجمله‌ای‌های درجه دومی نزد ریاضیدانان کاملاً آشناست و ماتریس خوانده می‌شوند، و قواعد ضربی مختص خود را دارند. مقاله «هایزبرگ»، «پائولی» را نیز به همان اندازه مشعوف کرد. «پائولی» در نامه‌ای به فیزیکدان آلمانی «رالف کرونیگ» نوشت: «اگر چه این پاسخی به معما نیست، اما مطمئنم که بار دیگر امکان پیشروی فراهم آمده است». همزمان «بورن» در نامه‌ای به «پائولی» از او خواست تا به اتفاق «هایزبرگ»، سطح ریاضیات مقاله‌اش را بهبود بخشند؛ اما «پائولی» که خود همچون «هایزبرگ» فیزیکدانی اثبات‌گرا بود و از پیچیده‌سازی صورت ریاضی مسائل اجتناب می‌کرد، درخواست «بورن» را رد کرد و در پاسخ نوشت: «می‌دانم که تو شیفته فرمالیسم خسته کننده و پیچیده‌ای، فقط می‌خواهی ایده‌های فیزیکی هایزبرگ را با ریاضیات بی‌ثمرت آلوده کنی». بنابراین بورن ناگزیر از دستیار ریاضیدان خود پاسکال یوردان دعوت به همکاری کرد و آن دو به اتفاق یکدیگر، مبانی ریاضیاتی مدل «هایزبرگ» را در مقاله‌ای مربوط به سپتامبر ۱۹۴۲ ارتقاء بخشیدند. به مجرد انتشار مقاله «بورن-یوردان»، «هایزبرگ» اعتماد از دست رفته خود را به ریاضیات محض بازیافت و در نامه‌ای دوستانه به «پائولی» نوشت: «... مسلماً می‌پذیری که ما عمداً فیزیک را خراب نمی‌کنیم. اگر از این می‌نالی که چقدر بی‌شعوریم چون هنوز به هیچ چیز جدیدی از حیث فیزیکی نرسیده‌ایم، احتمالاً حق با توست. اما در این صورت تو هم همانقدر بی‌شعوری، چون تو هم به جایی نرسیده‌ای». «هایزبرگ» به جمع «بورن» و «یوردان» پیوست تا چندی بعد، بنیان «مکانیک ماتریسی» نهاده شود؛ مدلی ریاضیاتی برای توصیف رفتار اتم که دو سال بعد با ادغام در «مکانیک موجی»، به تدوین نظریه دوران ساز کوانتوم انجامید. تا پیش از این دستاورد، ماتریس صرفاً ابزاری برای حل همزمان چند معادله و یک ترفند ریاضیاتی به شمار می‌رفت. کنجکاو می‌محض

به برش دادن یا چسباندن اجزایشان نباشد، آن دو شکل از حیث توپولوژیک هم‌ریخت هستند؛ در غیر این صورت، آن دو شکل اصطلاحاً از دو «گونه» توپولوژیک متفاوت‌اند. یعنی از منظر توپولوژیک، الفبای انگلیسی تنها هفت حرف دارد - یا به عبارت بهتر، از هفت «گونه» تشکیل شده است.



### از شهود تجربی به شهود هندسی: روزنه‌ای به جهان «میرزاخانی»

شهود تجربی، قرن‌ها پیش از آنکه زمینه را برای تولد شاخه توپولوژی فراهم کند، به تعریف مبادی هندسه اقلیدسی پرداخته بود. پیرو این شهود، «فضا» در این هندسه به عنوان امتداد صفحه در راستای سه بعد تعریف می‌شود، «صفحه» به عنوان امتداد خط در راستای دو بعد، و «خط» به عنوان امتداد نقطه در راستای یک بعد. بر همین مبنا، اقلیدس به تعریف پنج اصل موضوعه برای هندسه خود پرداخت. اما ریاضیدانان متأخرتر (از جمله عمر خیام) پی بردند که از بین اصول پنجگانه اقلیدس، اصل پنجم دچار یک خطای منطقی است. مطابق این اصل (موسوم به «اصل توازی») (چنانچه دو خط دلخواه را با یک خط سوم قطع کنیم، در آن سمتی که مجموع زوایای داخلی کمتر از مجموع دو زاویه قائمه است دو خط یکدیگر را قطع خواهند کرد. «خیام» در رساله «فی شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس» می‌پرسد (ترجمه از عربی): «چه ارتباطی است بین هندسه، حرکت و آنچه به منزله حرکت فهم می‌شود؟ طبق تلقی علماء، شکی نیست که یک خط فقط بر روی یک صفحه می‌تواند وجود داشته باشد و یک صفحه نیز فقط در یک فضا؛ یعنی یک خط فقط می‌تواند در یک فضا واقع شود و نمی‌تواند مقدم بر یک صفحه باشد». با این حساب، اگر [این خط] از موضوع خود انتزاع یابد، چگونه می‌تواند حرکت کند؟». به عبارت دیگر، نمی‌توان پیشاپیش با استناد به مفهوم صفحه (که به عنوان امتداد خط در دو بعد تعریف می‌شود)، اصلی را راجع به خط تعریف کرد؛ چرا که در اینصورت یک قضیه خواهیم داشت، نه اصل. از همین رو جمعی از ریاضیدانان اوایل قرن نوزدهم اصل پنجم را به عنوان یک گزاره زائد حذف کردند و به ساحت هندسه آزادی بیشتری از

عنوان یک «گراف» یاد می‌شود. تنها مؤلفه‌ای که در این نمودار اهمیت دارد، اتصالات آن است؛ به طوریکه موقعیت گره‌ها و طول و شکل رشته‌ها در این بین هیچ تأثیری بر اصل مسئله نخواهد داشت. به عبارت دیگر، این نمودار را می‌توان به بی نهایت حالت دیگر نیز ترسیم کرد و از منظر توپولوژیک کماکان یک شکل واحد داشت. چنانچه خواهیم از هر چهار خشکی با عبور یکبار از هر هفت پل بگذریم، طبق این نمودار باید تعداد رشته‌های عبوری از هر گره (یا به عبارت امروزی «درجه گره») عددی زوج باشد (نیمی از آنها برای ورود به خشکی و نیمی از آنها برای خروج از آن). این در حالی است که درجات هر چهار گره در گراف فوق، عددی فرد است و از آنجا که در یک مسیر پیاده‌روی نهایتاً دو گره در نقش نقاط شروع و پایان مسیر ظاهر می‌شوند، گزاره «عبور از هر چهار خشکی از طریق عبور یکبار از هر هفت پل» گزاره‌ای تناقض آمیز خواهد بود. مسئله هفت پل کونیگسبرگ از این لحاظ اغواکننده است که پیچیدگی ظاهری‌اش ما را اشتباهاً به این تصور وامی‌دارد که شاید بتوان از طریق آزمون و خطا به مسیر مطلوب دست پیدا کرد. توپولوژی راهی برای زدودن همین پیچیدگی‌های گمراه کننده است؛ چرا که از منظر توپولوژیک، کلیه مسیرهای ممکن راهپیمایی که از هر چهار خشکی و هر هفت پل بگذرد، مسیرهایی اصطلاحاً «هم‌ریخت» هستند و به همین دلیل هیچکدامشان قادر به برآوردن شرط صورت مسئله نخواهند بود. مثلاً حروف هم‌ریخت الفبای انگلیسی را می‌توان بر حسب تعداد «حفره»ها و «دم»هایشان در این دسته‌ها جا داد:

۱. (A,R) یک حفره، دو دم

۲. (B) دو حفره

۳. (C,G,I,L,M,N,S,U,V,W,Z) دو دم

۴. (D,O) یک حفره

۵. (E,F,T,Y) سه دم

۶. (H,K,X) چهار دم

۷. (P,Q) یک حفره، یک دم

(به عنوان نمونه، حروف A و R را می‌توان صرفاً با خم کردنشان به یکدیگر مبدل کرد. حروف D و O را نیز به همین ترتیب. اما نمی‌توان با صرف خم کردن حرف A، آن را به شکل حرف O درآورد. چنین کاری مستلزم برش دادن و چسباندن بخش‌هایی از حرف A است. مادام که برای تغییر حالت دو شکل احتیاجی

نقطه‌ای خود را قطع نمی‌کنند. از این خطوط تحت عنوان «خطوط ژئودزیک بسته ساده» یاد می‌شود. این کنجکاوای ساده، رفته رفته به دستاوردی بزرگ انجامید. «میرزاخانی» دریافت که تعداد خطوط ژئودزیک بسته ساده با طول  $L$  بر روی یک سطح هذلولی، (از مرتبه  $L$  به توان  $6 - 6g$ ) افزایش می‌یابد نسبتی که می‌توانست پلی برای کسب یک چشم‌انداز بهتر از خواص فضاهای مدولی باشد. «میرزاخانی» از همین طریق، موفق به استخراج روشی برای محاسبه حجم فضاهای مدولی در اطراف سطوح ریمان شد؛ اقدامی که تا پیش از آن، حتی تصور آن نیز دشوار می‌نمود. اما این شروع روندی بود که در یک دهه آتی، به دستاوردهایی ارزنده برای «میرزاخانی» و همکارانش انجامید. تلاش‌های او در جهت تعمیم رهیافت فوق، به برقراری پیوندهایی غیرمنتظره بین دیگر شاخه‌های ریاضیات نیز انجامید، از جمله ارائه اثباتی متفاوت برای «حدس ویتن» (مبحثی در هندسه جبری)، اثبات تناظر بین «حدس اوپنهایم» (مبحثی در نظریه اعداد) و مسئله بیلارد در چندضلعی‌های محدب) در چارچوب مبحث سیستم‌های دینامیکی، (تیین رفتار «شار زلزله ترستن» (مبحثی در هندسه هذلولوی)، و تعمیم نظریه راتنر (مبحثی در نظریه ارگودیک). صرف‌نظر از پیچیدگی عناوین و غرابت مباحث فوق، موفقیت «میرزاخانی» در پیوند دادن این مباحث پراکنده، تلویحا بر اهمیت بیشتر هندسه هذلولوی از یک حالت صرفا خاص از هندسه ریمانی دلالت داشته و دارد و نوید برقراری پیوندهایی بیشتر بین شاخه‌های مختلف ریاضیات را می‌دهد، هندسه‌ای که چه بسا در آینده ظرفیت ارائه تفاسیر فیزیکی نیز از آن فراهم آید و از زوایایی نادیده از رفتار جهان پرده برگیرد. سال گذشته، جایزه نوبل فیزیک به کشف «حالت‌های توپولوژیکی ماده و تغییر حالت‌هایشان» اختصاص یافت. اما ۲۳۸ سال پیش از آن، «اویلر» در مقاله‌ای راجع به شاخه نوظهور توپولوژی (که در آن مقطع «هندسه مکان» نامیده می‌شد) نوشته بود: «هنوز به طرز مشخصی روشن نیست که چه نوع مسئله‌هایی به این هندسه مکان ارتباط پیدا می‌کنند یا باید از چه راهکارهایی نسبت به حلشان اقدام کرد». همین توصیف امروزه بر دستاوردهای «میرزاخانی» نیز مصداق پیدا می‌کند، ریاضیدانی که با طرح پرسش‌های درخشان، قلمروهای سابقاً گنگ ریاضیات را به ارائه پاسخ‌هایی غیرمنتظره واداشت.

\* ehsansanaei@yahoo.com

این مقاله باز نشر مقاله‌ای به همین نام از روزنامه شرق، ۵ مرداد ۹۶ است.

آنچه صرفاً شهود متعارف حکم می‌کرد عطا کردند. در این «هندسه ناقلیدسی»، اگر چه فضا و صفحه همچنان به عنوان امتداد صفحه و خط تعریف می‌شوند، اما می‌توان به تعریف صفحات و فضاهای دیگری با انحناهای متفاوت نیز پرداخت. در اینصورت، فضاهای ناقلیدسی به منزله امتداد صفحاتی از یک «گونا» توپولوژیک تعریف خواهند شد. این صفحات، پیرو نام ریاضیدان آلمانی برنهارت ریمان، اصطلاحاً «سطوح ریمان» خوانده می‌شوند. پیرو تشبیهات بخش پیشین مقاله، می‌توان سطوح ریمان را بر حسب تعداد دسته‌هایشان گونه‌بندی کرد. مثلاً یک کره، فاقد دسته است و بنابراین از سطح آن با عنوان یک سطح ریمان با گونای صفر ( $g = 0$ ) یاد می‌شود.

سطح یک فنجان با یک دسته یک سطح ریمان با گونای ۱ است ( $g = 1$ ) است و سطح یک دو دونات به هم چسبیده (نظیر علامت بی نهایت) یک سطح ریمان با گونای ۲ ( $g = 2$ ) است. در اصطلاح ریاضی، به سطوح ریمان با گونای بیش از ۱ «سطوح هذلولوی» گفته می‌شود. (یک سطح ریمان می‌تواند به بی‌نهایت شکل هم‌ریخت تغییر حالت بدهد به طوریکه تغییر حالت هر سطح ریمان با گونای  $g$ ، بر  $6 - g$  پارامتر مبتنی است. به عبارت دیگر، هر سطح ریمان با گونای  $g$ ، در یک فضای  $6 - 6g$  بعدی تغییر حالت می‌دهد، که از آن با عنوان «فضای مدولی» یاد می‌شود. درک ساختار کلی یک فضای مدولی، از دشوارترین مسائل ریاضیات جدید به شمار می‌رود. ریاضیدانان از مدت‌ها پیش می‌دانسته‌اند که بین برخی خواص سطوح ریمان و برخی توصیفات از دیگر رشته‌های ریاضیات، ارتباطاتی گنگ و مبهم وجود دارد. یکی از این خواص به تعداد اصطلاحاً «خطوط ژئودزیک بسته» ای که بر روی این سطوح واقع شده‌اند مربوط می‌شود، خطوطی که نمی‌توان طولشان را با تغییر حالت صفحه کوتاه‌تر کرد. حدود نیم قرن است که می‌دانیم تعداد خطوط ژئودزیک بسته کوتاه‌تر از یک مقدار دلخواه (گیریم  $L$ ) بر روی یک سطح ریمان، به ازای افزایش  $L$  با الگویی خاص افزایش می‌یابد. این الگو به طرز عجیبی با الگوی افزایش تعداد اعداد اول کمتر از یک عدد صحیح دلخواه (گیریم  $L$ ) به ازای افزایش  $L$  هم ارز است. به همین دلیل از این قضیه هندسی تحت عنوان «قضیه اعداد اول برای خطوط ژئودزیک» یاد می‌شود، عبارتی ظاهراً نامتجانس که بر دو شاخه متفاوت از ریاضیات دلالت دارد: هندسه ریمانی و نظریه اعداد. «مریم میرزاخانی» طی تدوین رساله دکتری خود (مربوط به سال ۲۰۰۴) کوشید معادل قضیه فوق را برای نوع خاصی از خطوط ژئودزیک بسته بر روی سطوح هذلولوی استخراج کند: خطوط ژئودزیک بسته ای که در هیچ