

درباره ریاضیات کوچر بیرکار

امیر جعفری*

ابتدا اندکی در مورد هندسه جبری دو گویا و برنامه مدل مینیمال توضیح می‌دهیم.

همانطور که قبلاً گفته شد، هندسه جبری به بررسی خواص صفرهای مشترک چند جمله‌ای‌هایی چند متغیره با ضرایب در یک میدان می‌پردازد. به این موجودات هندسی وارپته می‌گویند. اگر چندجمله‌ای‌ها همگن فرض شوند و صفرهایی که مضرب یکدیگرند یکی انگاشته شود وارپته‌های تصویری تعریف می‌گردند.

در ریاضیات رده‌بندی اشیاء مورد بررسی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و اشیاء را با توجه به یک رابطه هم‌ارزی مناسب در کلاس‌های مختلف رده‌بندی می‌کنند. در هندسه جبری دو گویا، این رابطه هم‌ارزی دو گویا بودن است. دو وارپته X و Y با هم به‌طور دوگویا هم‌ارز هستند هرگاه زیرمجموعه‌های باز و چگال $X' \subset X$ و $Y' \subset Y$ موجود باشند که باهم یکریخت باشند.

هم‌ارزی دوگویا برای وارپته‌ها خواص بسیار جالبی دارد. به عنوان مثال چاو^۲ نشان داد که هر وارپته به‌طور دوگویا با یک وارپته تصویری هم‌ارز است و هیروناکا^۴ ثابت کرد که حداقل روی یک میدان با مشخصه صفر هر وارپته به‌طور دوگویا با یک وارپته هموار هم‌ارز است.



بنابراین برای رده‌بندی وارپته‌ها کافی است تنها دسته نسبتاً خوب وارپته‌های تصویری و هموار را مورد بررسی قرار دهیم. البته در برنامه مدل‌های مینیمال، تکینگی و وارپته‌های دارای تکینگی ملایم از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند و بخش مهمی از کارهای بیرکار به بررسی این تکینگی‌ها پرداخته است.

برای بررسی یک وارپته شناسایی زیر وارپته‌های آن مهم است.

کنگره بین‌المللی ریاضیات^۱ که هر ۴ سال یکبار برگزار می‌شود بزرگترین گردهمایی ریاضیدانان است که امسال در کشور برزیل برگزار شد. در این کنگره، جایزه فیلدز که معادل نوبل در ریاضیات است به حداکثر ۴ ریاضیدان جوان (زیر ۴۰ سال) که تحقیقات تاثیرگذاری در ریاضیات داشته‌اند اعطا می‌شود. امسال برای دومین بار پیاپی، ریاضیدانی ایرانی تبار به نام کوچر بیرکار (فریدون درخشانی) موفق به کسب این جایزه شد. چهار سال پیش این جایزه نصیب مرحوم مریم میرزاخانی شده بود.



هدف از این نوشته کوتاه مروری اجمالی بر کارهای ریاضی کوچر بیرکار است که باعث شدند او این جایزه ارزشمند را دریافت کند. زمینه تحقیقات بیرکار هندسه جبری است که به طور خیلی ساده‌انگارانه به بررسی خواص هندسی صفرهای مشترک چند جمله‌ای‌ها می‌پردازد. کمیته انتخاب جایزه فیلدز دلیل دریافت این جایزه توسط کوچر بیرکار را اینگونه بیان کرده است: «برای اثبات کراننداری وارپته‌های فانو و دستاوردهایی در برنامه مدل مینیمال».

دستاوردهای بیرکار در هندسه جبری به ویژه هندسه جبری دوگویا^۲ را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد:

۱. دستاوردهای وی در برنامه مدل مینیمال.
۲. دستاوردهای وی در زمینه کراننداری وارپته‌های فانو.

¹IMC ²birational ³Chow ⁴Hironaka

برنامه انجام شده است که یکی از مهمترین آنها کار بیرکار به همراه کسینی^۷، هکن^۸ و مک کران^۹ است که ثابت کردند یک وارسته در حالت کلی^{۱۰} دارای مدل مینیمال است. این دست آورد باعث شد که بیرکار جایزه مور از انجمن ریاضی آمریکا^{۱۱} و جایزه لورهولم^{۱۲} را دریافت کند.

اخیراً بیرکار تحقیقات مهمی در زمینه کرانداری وارسته‌های فانو انجام داده است. به‌طور خاص تر او حدس مهمی از بُریسِف-الکسیف و بُریسِف^{۱۳} را ثابت کرده است که می‌گوید وارسته‌های فانو از بعد داده شده و تکینگی ملایم از نوع ε -لگاریتمی توسط تعداد متناهی متغیر قابل پرمایش هستند. اثبات این حدس قدم مهمی در تکمیل برنامه مدل مینیمال محسوب می‌شود.

* دانشگاه صنعتی شریف

در بین این زیر وارسته‌ها آنهایی که نقص بعد ۱ را دارند و ترکیب خطی آنها (بخشیاب^۵) قبل از بقیه مورد بررسی قرار می‌گیرند. یکی از بخشیاب‌ها که به وارسته‌های دارای تکینگی نسبتاً ملایم نسبت داده می‌شود بخشیاب کانونی یک وارسته است. خواص این بخشیاب کانونی برای رده‌بندی وارسته‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. مثلاً اگر بخشیاب کانونی وارسته تصویری X که با K_X نشان می‌دهیم nef باشد که به این معناست که اشتراک آن با هر خم داخل X نامنفی است، آنگاه X را مینیمال می‌گویند و اگر $-K_X$ کافی (ample) باشد X را فانو می‌گویند. این دو گروه از وارسته‌ها بازیگرهای اصلی برنامه مدل مینیمال هستند. این برنامه ادعا می‌کند که هر وارسته X یا با یک وارسته مینیمال به‌طور دوگوا هم‌ارز است و یا توسط خم‌های گویا پوشانده می‌شود. دسته دوم در نظریه وارسته‌ها فانو می‌گنجد. موری^۶ این ادعا را در بعد ۳ ثابت کرد. از آن به بعد پیشرفت‌های مهمی در این

⁵divisors ⁶Mori ⁷Cascini ⁸Hacon ⁹Mc Kernan ¹⁰general type ¹¹AMS Moore prize ¹²Lever Hulme ¹³Borisov-Alexeev-Borisov